Prof. Dr. Rupert Lasser
Paul Bergold

Technische Universität München
Zentrum Mathematik

Stochastik für Lehramt Gymnasium – Blatt 8

Wintersemester 2016/17

Die Abgabe zu Blatt 8 erfolgt in der Woche vom **19.12. bis 23.12.2016.**
Fragen und Hinweise bitte an bergold@ma.tum.de.

Übungen (Unabhängigkeit, Endliche Wahrscheinlichkeitsräume)

Aufgabe 1

Gegeben seien die Paare von Merkmalen $X_i, Y_i\colon M \to \mathbb{R},\ i = 1, 2, 3$.

1. Es gelte $\tilde{x} = 4, \bar{x} = 5$ und $\tilde{y}_{0.25} = 2$. Welches Paar passt zu diesen Angaben?

$$\begin{aligned} X_1 &= (2, 8, 5, 2, 3, 10), & Y_1 &= (1, 4, 2, 1, 3, 5),\\ X_2 &= (6, 3, 2, 10, 4), & Y_2 &= (4, 3, 1, 5, 2),\\ X_3 &= (5, 4, 3, 8, 2), & Y_3 &= (2, 2, 5, 1, 4). \end{aligned}$$

2. Sind die Merkmale X_2 und Y_2 unabhängig?

Aufgabe 2

Gegeben sei die endliche Ergebnismenge $\Omega = \{\omega_1, ..., \omega_{10}\} = \{1, 2, \dots, 10\}$ eines Zufallsexperiments, sowie die Abbildung $p(\omega_i) := c/2^i,\ i = 1, ..., 10,\ c \in \mathbb{R}$.

1. Wie ist die Konstante c zu wählen, damit die Abbildung $p\colon \Omega \to [0, 1]$ eine Wahrscheinlichkeitsfunktion ist?

2. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

   A_1: Ungerade Zahl, A_2: Gerade Zahl, A_3: Primzahl.

   Wie lauten die entsprechenden Mengen $A_1, A_2, A_3 \in \mathcal{P}(\Omega)$?

Hausaufgaben

Hausaufgabe 22

Gegeben sei ein Paar von Merkmalen $X \in \mathbb{R}^n$ und $Y \in \mathbb{R}^n$.

1. Zeigen Sie, dass eine Häufigkeitstafel höchstens n Einträge größer 0 hat.

2. Sei nun $0 < x_1 < x_2 < ... < x_n$ und $0 < y_1 < y_2 < ... < y_n$. Wie sieht die Häufigkeitstafel in diesem Fall aus?

3. Sind die Merkmale X und Y unter diesen Voraussetzungen unabhängig?

Hausaufgabe 23

Sind folgende Aussagen richtig oder falsch? Begründen Sie.

1. Für $x_1, ..., x_n \in \mathbb{R}$ ist $\sum_{i=1}^n |x_i - c|$ als Funktion von c stetig.
2. Ist $r_{XY} = 1$, so hat die Trendgerade $R_{Y(X)}$ die Steigung 1.
3. Gilt $r_{XY} = 0$, so ist die Trendgerade $R_{Y(X)}$ waagerecht.
4. Für ein Merkmal $X\colon \{1, 2, ..., n\} \to \mathbb{R}, j \to x_j$ sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ erklärt durch $f(x) := \sum_{j=1}^n (x_j - x)^2$. Dann hat f kein Extremum.

Hausaufgabe 24

Die drei Läufer Anton, Bernd und Claus treten in einem Rennen gegeneinander an. Konstruieren Sie einen diskreten Wahrscheinlichkeitsraum für den Ausgang des Rennens, sodass die Ereignisse „Anton erreicht das Ziel vor Bernd“, „Bernd erreicht das Ziel vor Claus“ und „Claus erreicht das Ziel vor Anton“ jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit größer als 1/2 eintreten. Dabei dürfen Sie davon ausgehen, dass es keinen Gleichstand zwischen den Läufern gibt.