

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
ZENTRUM MATHEMATIK

Stochastik für Lehramt Gymnasium – Blatt 7

Wintersemester 2016/17

Lösungshinweise

Hausaufgabe 21

Gegeben sei ein Merkmal $X: M \rightarrow [4]$, $\#M = 240$, durch folgende Tabelle:

a_i	1	2	3	4
$r(X = a_i)$	$c/2$	$c/4$	$c/8$	$c/16$

1. Bestimmen Sie den Wert von c .
2. Sei $Y: M \rightarrow \mathbb{R}$ ein weiteres Merkmal, gegeben durch:

b_i	5	6	7	8
$r(Y = b_i)$	$8/15$	$4/15$	$2/15$	$1/15$

Wie müssen a und b gewählt werden, dass $Y = aX + b$ gilt?

3. Begründen Sie (ohne explizites Ausrechnen), dass $\bar{y} = \bar{x} + 4$ und $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$.
4. Wie viele Einträge besitzt δ_X ?
5. Geben Sie die Gleichungen der Trendgeraden $R_{Y(X)}$ und $R_{X(Y)}$ an.

Lösung zu Hausaufgabe 21

Teilaufgabe 1: Es gilt

$$1 = \sum_{i=1}^4 r(X = a_i) = \frac{c}{2} + \frac{c}{4} + \frac{c}{8} + \frac{c}{16} = \frac{15}{16}c \Rightarrow c = \frac{16}{15}.$$

Teilaufgabe 2: Wähle $a = 1$ und $b = 4 \cdot \mathbf{1}$, das heißt $Y = X + 4 \cdot \mathbf{1}$.

Teilaufgabe 3: Wir erhalten

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \sum_{i=1}^4 r(Y = b_i)b_i = \sum_{i=1}^4 r(X = a_i)(a_i + 4) \\ &= \sum_{i=1}^4 r(X = a_i)a_i + 4 \sum_{i=1}^4 r(X = a_i) = \bar{x} + 4, \\ \sigma_Y^2 &= \sum_{i=1}^4 r(Y = b_i)(b_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^4 r(X = a_i)(a_i + 4 - (\bar{x} + 4))^2 \\ &= \sum_{i=1}^4 r(X = a_i)(a_i - \bar{x})^2 = \sigma_X^2.\end{aligned}$$

Teilaufgabe 4: δ_X besitzt $\#M = 240$ Einträge.

Teilaufgabe 5: Es gilt $Y = X + 4 \cdot \mathbf{1}$ beziehungsweise $X = Y - 4 \cdot \mathbf{1}$. Somit folgt

$$R_{Y(X)} = R_{X(Y)} = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : y = x + 4\}.$$

Insbesondere erhalten wir

$$\delta_Y = Y - \bar{y} \cdot \mathbf{1} = X + 4 \cdot \mathbf{1} - (\bar{x} + 4) \cdot \mathbf{1} = X - \bar{x} \cdot \mathbf{1} = \delta_X.$$