Prof. Dr. Rupert Lasser
Paul Bergold

Technische Universität München
Zentrum Mathematik

Stochastik für Lehramt Gymnasium – Blatt 6

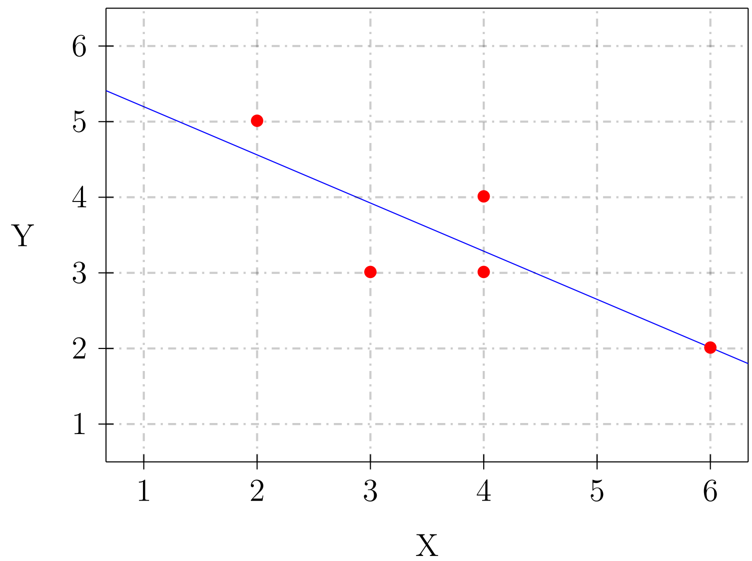
Wintersemester 2016/17

Die Abgabe zu Blatt 6 erfolgt in der Woche vom **5.12. bis 9.12.2016.**
Fragen und Hinweise bitte an bergold@ma.tum.de.

Übungen (Vergleich von Merkmalen, RStudio)

Aufgabe 1
Es wurden 28 Schüler und Schülerinnen einer vierten Klasse nach ihrem Lieblingshauptfach befragt. Von den 12 Mädchen bevorzugen fünf Deutsch und drei HSU. Bei den Buben ist Mathematik mit neun Nennungen der Spitzenreiter und Deutsch mit drei Nennungen der Verlierer. Fertigen Sie jeweils eine Kontingenztafel der absoluten und der relativen Häufigkeiten an.

Aufgabe 2
Die Werte $(x_i, y_i), i = 1, ..., 5$, einer Messreihe und die zugehörige Trendgerade wurden in folgendes Koordinatensystem eingetragen:



1. Berechnen Sie $\bar{x}$, $\bar{y}$ und $\tilde{x}$, $\tilde{y}$.
2. Erstellen Sie eine Kontingenztafel der relativen Häufigkeiten.
3. Bestimmen Sie s_X^2 und s_Y^2 unter Verwendung von σ_X^2 und σ_Y^2.
4. Bestimmen Sie die Normen der Abweichungsvektoren $\delta_X, \delta_Y \in \mathbb{R}^5$, sowie $\langle \delta_X, \delta_Y \rangle$.

5. Bestimmen Sie den Korrelationskoeffizienten r_{XY}. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

6. Wie lautet die Gleichung der Trendgeraden $R_{Y(X)}$.

Hausaufgaben

Hausaufgabe 16 (Diese Hausaufgabe erstellen Sie bitte mit RStudio)
Machen Sie sich vorerst mit dem Befehl `matrix()` vertraut.

1. Erzeugen Sie auf möglichst einfache Weise folgende Matrix:

$$B = \begin{pmatrix} 144 & 64 & 16 \\ 121 & 49 & 9 \\ 100 & 36 & 4 \\ 81 & 25 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Bestimmen Sie die Matrix $A := B^T B$ und geben deren Determinante aus.

3. Geben Sie die Eigenwerte von A an.

4. Lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = (1, 2, 3)^T$.

Hausaufgabe 17
Die Auswertung von Prüfungsergebnissen im Studiengang A und B wurden in folgenden Kontingenztafeln zusammengefasst:

Studiengang A

Examensnote (Zeilen: Semesterzahl)

X\Y	1	2	3	4	5	$\sum$
8	3	1	0	0	0	4
9	2	15	39	12	0	68
10	0	1	8	6	5	20
11	0	0	1	1	2	4
12	0	0	2	1	1	4
$\sum$	5	17	50	20	8	100

Studiengang B

Examensnote (Zeilen: Semesterzahl)

X\Y	1	2	3	4	5	$\sum$
8	2	1	4	3	0	10
9	5	2	9	6	1	23
10	4	2	8	6	0	20
11	0	1	2	2	1	6
12	1	2	4	3	1	11
$\sum$	12	8	27	20	3	70

1. Berechnen Sie jeweils die mittleren quadratischen Abweichungen σ_X^2 und σ_Y^2.

2. Wie lautet jeweils r_{XY}. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

Hausaufgabe 18
Betrachten Sie die Merkmale $X = (x_1, x_2)^T, Y = (y_1, y_2)^T \in \mathbb{R}^2$.

1. Bestimmen Sie δ_X und δ_Y.

2. Berechnen Sie $\langle \delta_X, \delta_Y \rangle$, sowie $\|\delta_X\| \cdot \|\delta_Y\|$.

3. Folgern Sie, dass $r_{XY} \in \{-1, 1\}$. Wie lässt sich diese Aussage geometrisch begründen? (Hinweis: Für ein beliebiges Merkmal $X \in \mathbb{R}^n$ gilt $\delta_X \perp \mathbf{1}$, d.h. der Abweichungsvektor steht senkrecht auf der Geraden $\mathbb{R} \cdot \mathbf{1}$.)