

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
ZENTRUM MATHEMATIK

Stochastik für Lehramt Gymnasium – Blatt 24

Sommersemester 2017

Fragen und Hinweise bitte an bergold@ma.tum.de.

Übungen (Testen von Hypothesen)

Aufgabe 1

Eine Urne enthält zehn Kugeln, die schwarz oder weiß sind. Sie ziehen n Kugeln aus der Urne und möchten die Nullhypothese testen, nach der alle Kugeln weiß sind.

1. Definieren Sie p und geben Sie p_0 an. Wie lauten H_0 und H_1 ?
2. Bestimmen Sie den kritischen Wert k . Wie lautet der Ablehnungsbereich?
3. Bestimmen Sie den Fehler 1. Art? Was lässt sich in Bezug auf ein vorgegebenes Signifikanzniveau $\alpha \in (0, 1)$ sagen?

Aufgabe 2

In einer Großstadt steht die Wahl des Oberbürgermeisters bevor. Vor Beginn des Wahlkampfes wird eine repräsentative Umfrage unter den Wahlberechtigten durchgeführt. Der Umfrage zufolge hätte der Kandidat der Partei A etwa 50% aller Stimmen erhalten, wenn die Wahl zum Zeitpunkt der Befragung stattgefunden hätte. Ein Erfolg im ersten Wahlgang, für den mehr als 50% aller Stimmen erforderlich sind, ist demnach fraglich. Deshalb rät die von der Partei A eingesetzte Wahlkampfberaterin in der Endphase des Wahlkampfes zu einer zusätzlichen Kampagne. Der Schatzmeister der Partei möchte die hohen Kosten, die mit einer zusätzlichen Kampagne verbunden wären, jedoch möglichst vermeiden.

1. Um zu einer Entscheidung über die Durchführung einer zusätzlichen Kampagne zu gelangen, soll die Nullhypothese "Der Kandidat würde gegenwärtig höchstens 50% aller Stimmen erhalten", mithilfe einer Stichprobe von 200 Wahlberechtigten auf einem Signifikanzniveau von 5% getestet werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.
2. Begründen Sie, dass die Wahl der Nullhypothese für den beschriebenen Test im Einklang mit dem Anliegen der Wahlkampfberaterin steht, einen Erfolg bereits im ersten Wahlgang zu erreichen.

Zusatzaufgaben

Aufgabe 1

In einer Region haben 60% der Haushalte einen Internetanschluss. Davon haben 43% einen langsamen Internetzugang, 35% einen mittelschnellen Internetzugang und 22% einen schnellen Internetzugang.

Der Provider beabsichtigt, in dieser Region eine Werbekampagne durchzuführen, da er vermutet, dass höchstens 40% der Haushalte mit langsamem Internetzugang wissen, dass ein schnellerer Zugang technisch möglich ist.

Um diese Vermutung zu testen, werden 50 Haushalte mit langsamem Internetzugang zufällig ausgewählt und befragt. Der Provider möchte möglichst vermeiden, dass die Werbekampagne aufgrund des Testergebnisses irrtümlich unterlassen wird. Geben Sie die hierfür geeignete Nullhypothese an und ermitteln Sie die zugehörige Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von 5%. Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung.

Aufgabe 2

Eine Grundschule bietet eine Mittagsbetreuung nach dem Unterricht an. Aufgrund von Erfahrungswerten kann davon ausgegangen werden, dass 60% der Schüler die Betreuung besuchen. Die Schulleitung überlegt nun, ob für das anstehende Schuljahr das Betreuungspersonal für die Mittagsbetreuung ausreicht, oder ob weiteres Personal eingestellt werden muss. Aus Kostengründen ist es unbedingt zu vermeiden, eine nicht notwendige Zusatzkraft einzustellen. Deshalb befragt die Schulleitung am Ende des laufenden Schuljahres 150 beliebig ausgewählte Schüler, ob sie künftig die Mittagsbetreuung besuchen werden. Von den 150 Befragten bejahten dies 95 Schüler.

1. Formulieren Sie die Nullhypothese und die Alternative.
2. Wie hoch darf das Fehlerniveau maximal gewählt werden, damit die Nullhypothese unter den genannten Voraussetzungen nicht abgelehnt wird. Verwenden Sie die Normalverteilung als Näherung.
3. Wie viele der befragten Schüler hätten sich für die Mittagsbetreuung entscheiden müssen, sodass die Nullhypothese mit einem Fehlerniveau von $\alpha = 0.05$ rechtmäßig hätte abgelehnt werden können?