

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN  
ZENTRUM MATHEMATIK

**Stochastik für Lehramt Gymnasium – Blatt 2**

Wintersemester 2016/17

Die Abgabe zu Blatt 2 erfolgt in der Woche vom **07.11. bis 11.11.2016**.  
Fragen und Hinweise bitte an [bergold@ma.tum.de](mailto:bergold@ma.tum.de).

Übungen (Mittelwerte, RStudio)

**Aufgabe 1**

Gegeben sei eine Messreihe mit folgenden Ausprägungen:

6, 7, 8, 3, 5, 8, 6, 5, 3, 6, 8.

Berechnen Sie das arithmetische Mittel sowie den Median. Welchen Lageparameter bevorzugen Sie?

**Aufgabe 2**

Der Modus oder Modalwert  $x_{mod}$  eines Merkmals  $X: \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\} \rightarrow \{a_1, \dots, a_m\}$  ist definiert als

$$x_{mod} := \operatorname{argmax}_{x \in \{a_1, \dots, a_m\}} h(X = x). \quad (1)$$

Falls  $X$  ihr Maximum an mehreren Stellen annimmt, so ist (1) mehrwertig zu verstehen. In diesem Fall heißt  $X$  multimodal, ansonsten unimodal verteilt.

Bestimmen Sie den/die Modus/Modi der Messreihe aus Aufgabe 1.

**Aufgabe 3**

In vielen Fällen liegen erhobene Daten nicht exakt, sondern in Intervallen gruppiert vor. Sei  $N \in \mathbb{N}$  die Anzahl der Gruppen,  $n_i \in \mathbb{N}$  die Größe der Gruppe  $i$  und  $n = \sum_{i=1}^N n_i$  die Anzahl der erhobenen Daten. Ferner sei ein Datum  $x \in \mathbb{R}$  der Gruppe  $i$  zugewiesen, falls  $x \in [a_i, b_i[$ , wobei  $a_i < b_i$ . In diesem Fall kann der Median definiert werden als

$$\tilde{x} := a_m + \frac{\frac{n}{2} - \sum_{i=1}^{m-1} n_i}{n_m} (b_m - a_m), \quad (2)$$

wobei  $m \in \mathbb{N}$  so gewählt ist, dass  $\sum_{i=1}^{m-1} n_i < n/2$  und  $\sum_{i=1}^m n_i \geq n/2$ . Insbesondere heißt  $[a_m, b_m[$  die mediane Gruppe.

Wie lässt sich Formel (2) interpretieren? Gehen Sie dabei insbesondere auf den Fall  $N = n$  ein. Wie könnte die Definition von oben weiter verallgemeinert werden?

## Hausaufgaben

**Hausaufgabe 4** (Diese Hausaufgabe erstellen Sie bitte mit RStudio)

Erzeugen Sie Vektoren mit  $10^3, 10^4$  sowie  $10^5$  Zufallszahlen für eine Binomialverteilung mit Parametern  $n = 20$  und  $p = 0.4$ . Erstellen Sie zu diesen Zufallsvektoren jeweils ein Histogramm und interpretieren Sie diese in Bezug auf die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung.

(Hinweis: Die Wahrscheinlichkeitsfunktion einer Binomialverteilung mit den Parametern  $n \in \mathbb{N}$  und  $p \in [0, 1]$  ist gegeben durch:

$$b_{n,p}(k) := \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{für } k \in \{0, 1, \dots, n\}.$$

Diese Werte erhalten Sie in RStudio mit dem Befehl `dbinom()`.)

**Hausaufgabe 5** (Diese Hausaufgabe erstellen Sie bitte mit RStudio)

Wir betrachten erneut die Körpergrößen der 16 männlichen Studierenden aus Hausaufgabe 3:

179, 183, 185, 191, 185, 181, 190, 187, 183, 185, 174, 194, 185, 184, 190, 169.

1. Berechnen Sie das arithmetische Mittel.
2. Ermitteln Sie den Median.
3. Berechnen Sie das 15%-gestutzte Mittel.

Vergleichen Sie die Ergebnisse von oben indem Sie die Formeln aus der Vorlesung anwenden. Benutzen Sie für die Berechnung des Medians außerdem den entsprechenden Satz aus der Vorlesung.

**Hausaufgabe 6**

Berechnen Sie jeweils das arithmetische Mittel  $\bar{x}$  und den Median  $\tilde{x}$  und erläutern Sie, welche statistische Größe Sie im Kontext bevorzugen (mit Begründung).

1. Eine Arbeitsgruppe hat folgende tägliche Fahrtwege zu Ihrer Arbeitsstätte (in km)  
5.5, 4.3, 3.8, 5.1, 4.8, 65.1, 5.7
2. Gegeben seien die drei Ausprägungen von Schadenhöhen einer Versicherung (ohne Einheit)

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 100, \quad a_3 = 1000,$$

mit den Häufigkeiten

$$r(X = a_1) = 0.89, \quad r(X = a_2) = 0.1, \quad r(X = a_3) = 0.01.$$

3. Bei zwei Klausuren mit jeweils 7 Teilnehmern wurden folgende Noten vergeben:  
Prüfung A: 1.0 1.3 1.7 4.3 4.3 4.7 5.0  
Prüfung B: 2.7 4.0 4.3 4.3 4.7 4.7 4.7
  
4. Zehn Studenten einer Vorlesung wurden nach Ihrem Alter gefragt:  
23, 21, 23, 22, 22, 66, 22, 23, 24, 22.