

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
ZENTRUM MATHEMATIK

Stochastik für Lehramt Gymnasium – Blatt 12

Sommersemester 2017

Die Abgabe zu Blatt 12 erfolgt in der Woche vom **30.1. bis 3.2.2017**.
Fragen und Hinweise bitte an bergold@ma.tum.de.

Übungen (Unabhängigkeit, Zufallsvariablen)

Aufgabe 1

Sei (Ω, P) ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \subset \Omega$ unabhängig. Zeigen Sie, dass dann auch die Ereignisse $A \cup B$ und C unabhängig sind.

Aufgabe 2

Auf einem regulären Tetraeder seien drei der vier Flächen mit den Zahlen 1, 2 und 3 versehen, die vierte Seite zeige die Zahl 123. Für $j = 1, 2, 3$ sei E_j das Ereignis, dass nach einem Wurf des Tetraeders die unten liegende Seite die Ziffer j enthält. Sind je zwei der Ereignisse E_1, E_2, E_3 unabhängig? Sind E_1, E_2, E_3 unabhängig?

Aufgabe 3

Eine Urne enthalte die folgenden geometrischen Figuren:

- Drei Dreiecke, beschriftet mit den Ziffern 0, 1 und 2
- Zwei Vierecke, beschriftet mit den Ziffer 1 und 2

Sie ziehen zufällig eine der oben genannten Figuren. Die Zufallsvariable X bezeichne die Ziffer, die Zufallsvariable Y die Anzahl der Ecken einer Figur. Sind X und Y unabhängig?

Hausaufgaben

Hausaufgabe 34

Ein Affe generiert durch zufälliges Tippen einer Tastatur, welche aus den Ziffern 0 und 1 besteht, zufällig eine Zahlenfolge mit $n \geq 2$ Ziffern. Betrachten Sie die folgenden Ereignisse:

1. Die erzeugte Zahlenfolge enthält beide Ziffern. (E_1)
2. Die erzeugte Zahlenfolge enthält die Ziffer 1 höchstens einmal. (E_2)

Für welche Werte von n sind die Ereignisse E_1 und E_2 unabhängig?

Hausaufgabe 35

Sei Ω eine abzählbare Ergebnismenge, P ein Wahrscheinlichkeitsmaß und X, Y Zufallsvariablen auf Ω . Geben Sie Voraussetzungen an Ω und P an, sodass gilt:

$$X = Y \quad \Rightarrow \quad X \text{ und } Y \text{ sind abhängig.}$$

Hausaufgabe 36

Betrachten Sie folgende Ereignisse beim zweimaligen Werfen einer fairen Münze:

1. Im ersten Wurf erscheint Kopf.
2. Im zweiten Wurf erscheint Kopf.
3. Die Anzahl der Würfe bei denen Kopf erscheint ist gerade.

Zeigen Sie, dass diese Ereignisse paarweise unabhängig, jedoch nicht unabhängig sind.