

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
ZENTRUM MATHEMATIK

Stochastik für Lehramt Gymnasium – Blatt 10

Wintersemester 2016/17

Die Abgabe zu Blatt 10 erfolgt in der Woche vom **16.1. bis 20.1.2017**.

Fragen und Hinweise bitte an bergold@ma.tum.de.

Übungen (σ -Algebren, Wahrscheinlichkeiten)

Aufgabe 1

Ein Affe generiert durch zufälliges Tippen einer Tastatur, welche aus den Ziffern 1, 2 und 3 besteht, zufällig eine neunstellige Zahl. Stellen Sie ein geeignetes Wahrscheinlichkeitsmodell auf und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

1. Die Zahl enthält jede der Ziffern genau 3-mal. (E_1)
2. Die Zahl enthält keine Ziffer an zwei aufeinanderfolgenden Stellen. (E_2)
3. Die Zahl enthält die Ziffern in aufsteigender Reihenfolge. (E_3)
4. Die Zahl enthält jede der Ziffern mindestens ein Mal. (E_4)

Aufgabe 2

Sei Ω eine Menge und \mathcal{F} eine σ -Algebra auf Ω . Ein Ereignis $A \in \mathcal{F}$ heißt Atom, falls

$$\forall B \in \mathcal{F} : B \subseteq A \Rightarrow B = \emptyset.$$

Zeigen Sie:

1. Zwei verschiedene Atome sind disjunkt.
2. Ist Ω endlich, so existiert für jedes $\omega \in \Omega$ genau ein Atom $A(\omega)$ mit $\omega \in A(\omega)$.

Hausaufgaben

Hausaufgabe 28

In einem Pokerspiel mit 4×13 Karten bekommen Sie eine Hand von fünf Karten. Finden Sie einen entsprechenden Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{F}, P) und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

1. Sie erhalten einen Drilling. (E_1)
2. Sie erhalten einen Drilling, der weder Teil eines Vierlings noch eines Full House (Drilling und Paar) ist. (E_2)
3. Sie erhalten ein Full House. (E_3)

Hausaufgabe 29

Der Mathematiker Stefan Banach (1892 -1945) hatte stets in beiden Jackentaschen eine Schachtel mit n Streichhölzern. Jedesmal, wenn er Feuer benötigte, wählte er mit gleicher Wahrscheinlichkeit zufällig eine Jackentasche aus und nahm ein Streichholz aus der entsprechenden Schachtel. Falls er eine Schachtel gewählt hatte, die keine Streichhölzer mehr enthielt, so ersetzte er beide Schachteln durch neue. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Banach dabei genau k Streichhölzer wegwarf.

Hausaufgabe 30

Sei Ω eine Menge mit n Elementen. Für welche Zahlen k gibt es eine σ -Algebra mit k Elementen? (Hinweis: Klassifizieren Sie die σ -Algebra anhand der Anzahl ihrer Atome, vgl. Aufgabe 2.)