TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

PROF. DR. OLIVER JUNGE
WISSENSCHAFTLICHES RECHNEN
ZENTRUM MATHEMATIK
TU MÜNCHEN

# Analysis 3 für das Lehramt an Berufsschulen

WS 2005/06

## Übungsblatt 2

Abgabe bis zum 10.11.05

**Aufgabe 2.1 (4 Punkte)** Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie unter Zuhilfenahme des Fundamentalsatzes der Differential- und Integralrechnung, dass für jede reelle Zahl $a$ gilt:

$$2\int_0^a \left( f(r) \int_0^r f(s)\, ds \right) dr = \left( \int_0^a f(t)\, dt \right)^2 .$$

**Aufgabe 2.2 (4 Punkte)** Berechnen Sie

$$\int_{-2}^1 \frac{2x^3 - x^2 - 10x + 19}{x^2 + x - 6}\, dx.$$

**Aufgabe 2.3 (3 Punkte)** Bestimmen sie eine Stammfunktion der Funktion

$$f(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2} \cdot \ln(x), \quad x > 0.$$

Hinweis: partielle Integration.

**Aufgabe 2.4 (4 Punkte)** Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und besitze eine stetige Umkehrfunktion $g : f(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$. Die Funktion $H : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ werde durch

$$H(x) = \int_0^x f(t)\, dt + \int_{f(0)}^{f(x)} g(t)\, dt$$

definiert. Beweisen Sie, dass $H$ differenzierbar ist und dass

$$H'(x) = (x \cdot f(x))'$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

**Aufgabe 2.5 (4 Punkte)** Für $x \geq 0$ sei

$$f(x) = \int_0^1 \frac{1 - e^{-(1+t^2)x^2}}{1+t^2}\, dt \quad \text{und} \quad g(x) = \left( \int_0^x e^{-t^2}\, dt \right)^2 .$$

Zeigen Sie, dass $f(0) = g(0) = 0$, sowie $f'(x) = g'(x)$ für alle $x \geq 0$ gilt und folgern Sie daraus $f = g$.