PROF. DR. OLIVER JUNGE
WISSENSCHAFTLICHES RECHNEN
ZENTRUM MATHEMATIK
TU MÜNCHEN
http://www-m3.ma.tum.de

Analysis 3 für das Lehramt an Berufsschulen

WS 2005/06

Übungsblatt 7

Abgabe bis zum 19.1.06

Aufgabe 7.1 (3 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch $f(x, y) = (e^x \cos(y), e^x \sin(y))$.

(i) Bestimmen Sie $f(\mathbb{R}^2)$.

(ii) Bestimmen Sie die Menge $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid Df(x, y) \text{ ist invertierbar}\}$.

(iii) Ist f injektiv?

Aufgabe 7.2 (3 Punkte) Zeigen Sie, dass es zu jedem Punkt $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ mit $x_0^2 + y_0^2 = 1$ eine Zahl $c \in \mathbb{R}$ gibt, so dass die Gleichung

$$3x^2y + y^3 + x^6 - c = 0$$

in einer Umgebung von (x_0, y_0) in eine Funktion $y(x)$ mit $y(x_0) = y_0$ aufgelöst werden kann. Bestimmen Sie $y'(x_0)$.

Aufgabe 7.3 (3 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ die Funktion

$$f(x, y) = \frac{e^y}{1 + x^2} + y.$$

Weisen Sie nach, dass in einer Umgebung U von $x = 0$ lokal eine Funktion $g : U \to \mathbb{R}$ mit $g(0) = 0$ und

$$f(x, g(x)) = 1$$

definiert ist. Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Grades von g mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 7.4 (3 Punkte) Es sei $G = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid u > 0, 0 < v < 2\pi\}$ und $f : G \to \mathbb{R}^2$ die Abbildung

$$f(u, v) = (u^2 \sin v, u^2 \cos v)^T.$$

(i) Bestimmen Sie die Funktionalmatrix von f und weisen Sie nach, dass sie in G nicht singulär ist.

(ii) Bestimmen Sie die Funktionalmatrix der inversen Transformation f^{-1} im Punkt $(x, y) = (0, -4)$.