TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Prof. Dr. Oliver Junge
Wissenschaftliches Rechnen
Zentrum Mathematik
TU München
http://www-m3.ma.tum.de

Analysis 3 für das Lehramt an Berufsschulen

WS 2005/06

Übungsblatt 6

Abgabe bis zum 12.1.06

Aufgabe 6.1 (3 Punkte) Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y, z) = 3xyz$$

unter der Nebenbedingung $x + 3y + 6z = 1$ auf Extrema.

Aufgabe 6.2 (3 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y, z) = x - y + z$$

Bestimmen Sie die globalen Minima und Maxima von f unter den Nebenbedingungen

$$g_1(x, y, z) = x^2 + y^2/4 + z^2 - 1 = 0 \quad \text{und} \quad g_2(x, y, z) = x - y - z + 1 = 0.$$

Aufgabe 6.3 (3 Punkte) Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) = xy$ und es sei

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - xy = 1\}.$$

Berechnen Sie die Extrema der eingeschränkten Funktion $f|_M$.

Aufgabe 6.4 (4 Punkte) (i) Zitieren Sie den *Satz über implizite Funktionen.*

(ii) Es sei $f(x, y) = \frac{e^y}{1+x^2} + y$. Weisen Sie nach, dass in einer Umgebung U von $x = 0$ lokal eine Funktion $g : U \to \mathbb{R}$ mit $g(0) = 0$ und $f(x, g(x)) = 1$ definiert ist.

Aufgabe 6.5 (3 Punkte) Untersuchen Sie, in welchen Punkten die auf $(0, \infty) \times (0, \infty)$ definierte Funktion $h(x, y) = x + y$ ein lokales bzw. globales Extremum unter der Nebenbedingung

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$$

besitzt.

Aufgabe 6.6 (3 Punkte) Berechnen Sie die Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$f(x, y, z) = 2x - 3y + 7z,$$

auf dem Schnitt der Ebene $x + y + z = 0$ mit der Kugeloberfläche $x^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Frohes Fest und
Guten Rutsch!