

Übung zu linearen Abbildungen

1. Kern und Bild

Sei $f : V \rightarrow W$ eine lineare Abbildung zwischen zwei K -Vektorräumen V und W . Zeigen Sie:

- a) $f(0) = 0$.
- b) f ist genau dann injektiv, wenn $\text{Kern}(f) = \{0\}$.
- c) $\text{Bild}(f)$ ist ein Unterraum von W .

2. Linearity and linear independence

Consider a linear mapping $f : V \rightarrow W$ between K -vector spaces V and W . Prove the following:

- a) $\{0\}$ is a linearly depend set.
- b) f is injective if and only if for all linearly independent sets $A \subseteq V$ the set

$$f[A] = \{f(v) \mid v \in A\}$$

is linearly independent.