

# Übung zu linearer Unabhängigkeit

---

## 1. Lineare Unabhängigkeit von Polynomen

Sei

$$P_2 = \{(p_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}[X] \mid p_n = 0 \text{ für alle } n \geq 3\}$$

der Vektorraum der reellen Polynome vom Grad kleiner gleich zwei. Welche der folgenden Polynome aus  $P_2$  sind linear unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.

a)  $p(X) = 6X^2 + 8X + 2$  und  $q(X) = 3X^2 + 4X + 1$ ;

b)  $p(X) = 2X^2 + 3X + 2$  und  $q(X) = X^2 + X + 1$ ;

c)  $p(X) = X^2 + 3X - 1$ ,  $q(X) = 2X^2 + 7X + 5$  und  $r(X) = 7$ .

## 2. Span of polynomials

Consider the following polynomials

$$p(X) = X^2 - X - 1, \quad q(X) = 6X^2 + 3X - 3, \quad r(X) = X^2 + 5X + 1,$$

and

$$s(X) = 3X^2 + 2X + 1$$

as vectors in  $P_2$ .

a) Please explain how the following equations

$$\begin{aligned} \alpha_1 + 6\alpha_2 + \alpha_3 &= 3 \\ -\alpha_1 + 3\alpha_2 + 5\alpha_3 &= 2 \\ -\alpha_1 - 3\alpha_2 + \alpha_3 &= 1 \end{aligned}$$

are related to the relation  $s \in \text{span}\{p, q, r\}$ .

b) Determine whether  $s \in \text{span}\{p, q, r\}$ . Explain your answer.