Caroline Lasser, Stephanie Troppmann

Übung zu linearer Unabhängigkeit

1. *Lineare Unabhängigkeit in der Ebene und im Raum*

   a) Zeigen Sie, dass für alle Vektoren $x, y \in \mathbb{R}^2$ gilt: (x, y) ist genau dann linear unabhängig, wenn $x \notin \operatorname{span}(y)$ und $y \notin \operatorname{span}(x)$.

   b) Veranschaulichen Sie die Äquivalenz an einer aussagekräftig beschrifteten Skizze.

   c) Formulieren Sie eine entsprechende Äquivalenz für Vektoren $x, y, z \in \mathbb{R}^3$.

2. *Linear independence in K-vector spaces*
   Consider a field K, a K-vector space V, a scalar $\alpha \in K$ and a vector $v \in V \setminus \{0\}$. Prove or disprove the following:

   a) $\{(1, 2), (2, 4)\}$ is linearly independent.

   b) $\{(1, 0), (0, 1)\}$ is linearly independent.

   c) $(v, \alpha v)$ is linearly independent.

   d) $(0, v)$ is linearly independent.