

# Übung zu Eliminationsverfahren

---

*Definition:*

Eine Matrix  $A \in K^{n \times n}$  heißt

1. obere Dreiecksmatrix, falls  $a_{i,j} = 0$  für alle  $i > j$ ,
2. untere Dreiecksmatrix, falls  $a_{i,j} = 0$  für alle  $i < j$ .

1. *Elimination am konkreten Beispiel*

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ -3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- a) Bestimmen Sie Elementarmatrizen  $L_1, \dots, L_k$  vom Additionstyp, die untere Dreiecksmatrizen sind, so dass  $L_1 \cdots L_k A$  eine obere Dreiecksmatrix ist.
- b) Bestimmen Sie Elementarmatrizen  $L_1, \dots, L_k$  vom Additionstyp, so dass  $L_1 \cdots L_k A$  diagonal ist.
- c) Bestimmen Sie Elementarmatrizen  $L_1, \dots, L_k$  vom Additionstyp und Elementarmatrizen  $M_1, \dots, M_l$  vom Multiplikationstyp, so dass

$$M_l \cdots M_1 L_k \cdots L_1 A = E_3.$$

2. *Triangular matrices*

- a) Prove that the product of two upper triangular matrices is upper triangular.
- b) Use the elimination algorithm for proving that the inverse of a  $2 \times 2$  upper triangular matrix is upper triangular.
- c) Use the elimination algorithm for proving that the inverse of a  $3 \times 3$  upper triangular matrix is upper triangular.
- d) Use the elimination algorithm for proving that the inverse of a  $n \times n$  upper triangular matrix is upper triangular.