Caroline Lasser, Stephanie Troppmann


# Übung zu Diagonal- und Elementarmatrizen

1. *Diagonalmatrizen*
   Man nennt $A \in K^{n\times n}$ eine Diagonalmatrix, falls
   $$a_{ij} = 0, \quad 1 \leq i \neq j \leq n,$$
   und schreibt $A = \operatorname{diag}(a_{11}, \ldots, a_{nn})$.
   a) Berechnen Sie
      i. $\operatorname{diag}(a_{11}, \ldots, a_{nn}) \cdot B$ für $B \in K^{n\times m}$,
      ii. $B \cdot \operatorname{diag}(a_{11}, \ldots, a_{nn})$ für $B \in K^{m\times n}$,
      iii. das Produkt zweier Diagonalmatrizen

      und formulieren Sie Ihre Ergebnisse als Merksätze.
   b) Formulieren Sie ein (begründetes) Kriterium für die Invertierbarkeit einer Diagonalmatrix.
   c) Formulieren Sie wie in a) die Links- und die Rechtsmultiplikation mit einer Elementarmatrix $W$ vom Multiplikationstyp als Merksatz. Bestimmen Sie $W^{-1}$.

2. *Elementary matrices*
   Let $\lambda \in K$.
   a) Compute the left and the right multiplication of
      $$W_{12}(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
      with other matrices and formulate your results as phrases.
   b) Determine the inverse of $W_{12}(\lambda) \in K^{2\times 2}$.
   c) Compute the left and the right multiplication of $W_{ij}(\lambda) \in K^{n\times n}$, $i \neq j$, with other matrices and formulate your results as phrases.
   d) Determine the inverse of $W_{ij}(\lambda) \in K^{n\times n}$, $i \neq j$.

3. *Kalkül: Invertierung*
   Berechnen Sie die Inverse der Matrix
   $$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$
   durch sukzessive Linksmultiplikation mit Elementarmatrizen. Überpüfen Sie Ihr Ergebnis selbstständig mit der Invertierungsformel für $2 \times 2$ Matrizen.