excède toutes les limites possibles, d'où il suit que le même raisonnement ne peut s'appliquer au cas où l'arc x n'est pas moindre que $\frac{1}{2}\pi$.

On fera usage de la même analyse pour les séries qui expriment les valeurs de $\frac{1}{2}x$, log. cos. x, et l'on pourra distinguer par ce moyen les limites entre lesquelles la variable doit être comprise, pour que le résultat du calcul soit exempt de toute incertitude; au reste, ces mêmes questions seront traitées ailleurs par une méthode fondée sur d'autres principes.

189.

L'expression de la loi des températures fixes, dans une lame solide, suppose la connaissance de l'équation

$$\frac{\pi}{4}=\cos.x-\frac{1}{3}\cos.3x+\frac{1}{5}\cos.5x-\frac{1}{7}\cos.7x+\frac{1}{9}\cos.9x-\text{etc.}$$

Voici le moyen le plus simple d'obtenir cette équation:

Si la somme de deux arcs équivaut au quart de la circonférence $\frac{1}{2}\pi$, le produit de leurs tangentes est 1, on a donc en genéral $\frac{1}{2}\pi=\text{arc.tang.}\,u+\text{arc.tang.}\,\frac{1}{u}\,(c)$; le signe arc.tang. u indique la longueur de l'arc dont la tangente est u, et l'on connaît depuis long-temps la série qui donne la valeur de cet arc; on aura donc le résultat suivant:

$$\frac{1}{2}\pi=u+\frac{1}{u}-\frac{1}{3}\left(u^3+\frac{1}{u^3}\right)+\frac{1}{5}\left(u^5+\frac{1}{u^5}\right)-\frac{1}{7}\left(u^7+\frac{1}{u^7}\right)+\frac{1}{9}\left(u^9+\frac{1}{u^9}\right)-\text{etc.}\quad(d)$$

si maintenant on écrit $e^{x\sqrt{-1}}$ au lieu de u dans l'équation (c) et dans l'équation (d) on aura :

$$\frac{1}{2}\pi = \text{arc.tang.}\, e^{x\sqrt{-1}} + \text{arc.tang.}\, e^{-x\sqrt{-1}}$$

$$\text{et } \frac{1}{4}\pi = \cos. x - \frac{1}{3}\cos. 3x + \frac{1}{5}\cos. 5x - \frac{1}{7}\cos. 7x + \frac{1}{9}\cos. 9x - \text{etc.}$$

la série de l'équation (d) est toujours divergente, et celle de l'équation (b) est toujours convergente; sa valeur est $\frac{1}{4}\pi$ ou $-\frac{1}{4}\pi$.

SECTION VI.

Solution générale.

190.

On peut maintenant former la solution complète de la question que nous nous sommes proposée; car les coëfficients de l'équation (b) (art. 168) étant déterminés, il ne reste plus qu'à les substituer, et l'on aura :

$$\frac{\pi v}{4} = e^{-x}\cos. y - \frac{1}{3}e^{-3x}\cos. 3y + \frac{1}{5}e^{-5x}\cos. 5y$$
$$- \frac{1}{7}e^{-7x}\cos. 7y + \frac{1}{9}e^{-9x}\cos. 9y + \text{etc.} \quad (\alpha).$$

Cette valeur de v satisfait à l'équation $\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d^2 v}{dy^2} = 0$; elle devient nulle lorsqu'on donne à y une valeur égale à $\frac{1}{2}\pi$ ou $-\frac{1}{2}\pi$; enfin, elle équivaut à l'unité, toutes les fois que x étant