

Snakes, Active Contours and Segmentation

Hauptseminar 'Level Set Methods'

Michael Strobel

21.12.2010

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	klassische Active Contours	3
3	Active Contours without Edges	4
4	Erweiterungen	6
4.1	mehrere Farbkanäle	6
4.2	Das vier Farben Problem	7
5	Anwendung	8

1 Einleitung

Snakes, Active Contours and Segmentation werden eingesetzt um Objekte in einem Bild mit einer Kurve von anderen Bildteilen abzuheben und einzugrenzen. Dies erlaubt vielfältige Anwendungen in der Praxis, zum Beispiel in der medizinischen Analyse von Bildgebenden Verfahren. Zudem lässt sich dies effizient mit Level Set Methoden implementieren.



Abbildung 1: einführendes Beispiel

2 klassische Active Contours

Gegeben sei ein Bild u_0 in dem Objekte erfasst werden sollen. Idealerweise wird eine Kurve in das vorhandene Bild gelegt und dann in Normalenrichtung zu dem zu erfassenden Rand bewegt. Der klassische Ansatz benutzt hierzu die Gradienten des Bildes u_0 um das Fortschreiten der Kurve, über eine Minimierung, am gewünschten Rand zu stoppen.

Sei hierzu $u_0(x, y)$, $x, y \in [0, 1]$ die Diskretisierung von u_0 und zudem $C(I)$ die Parametrisierung der Kurve.

$$F_1(C) := \alpha \int_0^1 |C'(s)|^2 ds + \beta \int_0^1 |C''(s)| ds - \lambda \int_0^1 |\nabla u_0(C(s))|^2 ds \quad \alpha, \beta, \lambda \in \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

Die ersten beiden Terme kontrollieren die Glattheit der Kurve, d.h. je nach Wahl von α & β erreichen wir möglichst glatte Kurven. Der dritte Term sorgt dafür, dass sich die Kurve auf das Objekt zubewegt (external Energy).

Wenn wir diesen Gleichung minimieren suchen wir Maxima auf der Kurve C bezüglich des Gradienten von u_0 , denn falls sich die Farbwerte im Bild stark ändern, gelangen wir an einen Farbübergang und somit wahrscheinlich zu einer Kante. Um den Rand zu erkennen benutzen wir eine positive Abstiegsfunktion mit $g(z) = 0$ für $\lim |z| \rightarrow \infty$, beispielsweise

$$g(\nabla u_0(x)) = \frac{1}{1 + |J * \nabla u_0(x)|^p}$$

mit J der Gaußverteilung mit Varianz σ und $p \geq 1$.

Als variational level set Gleichung können wir schreiben:

$$\begin{aligned} \phi_t &= |\nabla \phi| \nabla \cdot \left[g(\nabla u_0) \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right] \\ &= |\nabla \phi| \left(g(\nabla u_0) \kappa + \nabla g(\nabla u_0) \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \\ &= |\nabla \phi| g(\nabla u_0) \kappa + \nabla g(\nabla u_0) \cdot \nabla \phi \end{aligned}$$

Dieses Modell basierend auf dem Gradienten wird in der Praxis erfolgreich eingesetzt, kann aber zu Problemen führen, falls der Rand nicht zusammenhängend ist (siehe hierzu Abbildung 2).

Diese Probleme kann man mit einem anderen Ansatz aber umgehen.



Abbildung 2: Bild ohne zusammenhängenden Rand

3 Active Contours without Edges

Sei Γ der Rand vom Gebiet Ω . Bezeichne Ω als das Innere von Γ und Ω^c das Äußere von Ω . Wir nehmen an, dass sich u_0 in zwei stückweise konstante Werte u_0^i und u_0^o einteilen lässt. Betrachte nun den zu minimierenden Term:

$$E_1(\Gamma) = \int_{\text{inside } \Gamma} |u_0(x) - C_1|^2 dx + \int_{\text{outside } \Gamma} |u_0(x) - C_2|^2 dx \quad (2)$$

mit Γ einer Kurve und C_1, C_2 sind die Mittelwerte von u_0 in Γ beziehungsweise außerhalb von Γ . Hierzu ein Beispiel:

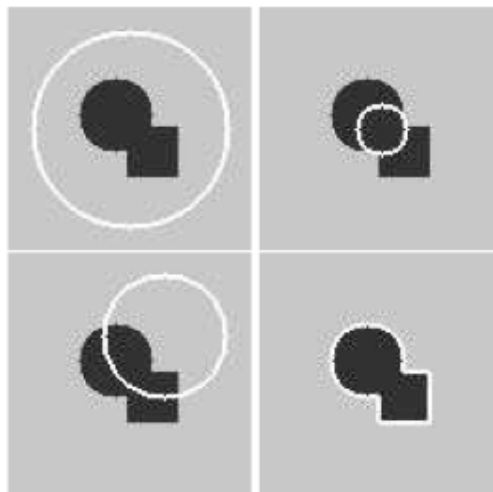


Abbildung 3: Veranschaulichung der Integralminimierung

Es ist leicht einzusehen, dass das Integral gegen 0 geht genau dann wenn die Kurve gegen den Rand strebt.

Mit der variation level set Formulierung kann die Energie mit der Level Set Gleichung geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
E(C_1, C_2, \phi) &= \mu \int \delta(\phi) |\nabla \phi| dx \\
&+ \nu \int H(\phi) dx \\
&+ \lambda_1 \int |u_0(x) - C_1|^2 H(\phi) dx \\
&+ \lambda_2 \int |u_0(x) - C_2|^2 (1 - H(\phi)) dx \quad \mu, \nu, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}_+
\end{aligned} \tag{3}$$

zur Erinnerung die 'heaviside' Funktion:

$$H(\phi) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \phi(x) \geq 0 \\ 0 & \text{falls } \phi(x) < 0 \end{cases}$$

und $\delta(\phi) = H'(\phi)$. Also beschreibt der erste Term die Länge der Kurve, der Zweite das Volumen im Inneren und die beiden letzten Terme wie eng die Kurve am Übergang anliegt. Hier sollten die Parameter jeweils variiert werden, je nach Ausgangsbild.

Weiter lassen sich C_1 und C_2 in einer Integralform darstellen:

$$C_1(\phi) = \frac{\int_{\text{inside } \Gamma} u_0(x)}{\text{vol}(\text{inside } \Gamma)} = \frac{\int u_0(x) H(\phi(x)) dx}{\int H(\phi(x)) dx} \tag{4}$$

$$C_2(\phi) = \frac{\int_{\text{outside } \Gamma} u_0(x)}{\text{vol}(\text{outside } \Gamma)} = \frac{\int u_0(x) (1 - H(\phi(x))) dx}{\int (1 - H(\phi(x))) dx} \tag{5}$$

Um nun ein Minimum in unserer Gleichung (3) zu finden lösen wir die Euler-Lagrange-Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi}{\partial t} &= |\nabla \phi| \left[\mu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu - \lambda_1 (u_0 - C_1)^2 + \lambda_2 (u_0 - C_2)^2 \right] \\
\phi(x, 0) &= \phi_0(x)
\end{aligned}$$

wobei C_1 und C_2 wie in (4) und (5) definiert sind. Es hat sich als effektiver erwiesen den Term $|\nabla \phi|$ durch einen Ausdruck $\delta_\epsilon(\phi)$ zu ersetzen:

$$\delta_\epsilon(\phi) = \frac{\partial}{\partial z} H_\epsilon(z) = \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{z}{\epsilon} \right) \right)$$

für $\epsilon > 0$ klein genug, welches uns eine global positive Näherung für die Delta-Funktion liefert. Eingesetzt liefert uns das folgendes:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\epsilon(\phi) \left[\mu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu - \lambda_1 (u_0 - C_1)^2 + \lambda_2 (u_0 - C_2)^2 \right]$$

Die Parameter werden in der Praxis folgendermaßen gewählt: $\nu = 0$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ und $\mu > 0$. Obwohl mit diesem Ansatz nur die beiden Gebiete Ω und Ω^c gebildet werden können ist es möglich, dass sich die Gebiete in kleinere Komponenten aufteilen die jeweils einen der diskreten Werte von u annehmen. Es ist zu beachten, dass alle LevelSets von ϕ eine große Rolle spielen können. Das bedeutet, dass jede Isocontour ϕ in Richtung $\phi = 0$ ziehen kann und somit ein neues Segment eröffnen kann. Somit ist die Reinitialisierung der distance function tendenziell eine schlechte Idee.

Falls viele Objekte in einem Bild erfasst werden sollen, sollten die Parameter klein gewählt werden und entsprechend groß, falls es nur einige wenige Objekte gibt. In diesem Fall sollte vor allem μ relativ groß gewählt werden.

4 Erweiterungen

4.1 mehrere Farbkanäle

Bis jetzt können wir nur zweifarbige Bilder mit unseren Mitteln erfassen, somit ist es nicht möglich farbige Bilder einzugrenzen. Farbkanäle sind der Grundraum in dem Bilder dargestellt werden können. Hierzu werden in der Praxis CYKM (Cyan, Magenta, Yellow und Key) und RBG (Rot, Grün und Blau). Um dies mit unseren LevelSet Methoden erfassen zu können müssen einige Erweiterungen am Modell durchgeführt werden.

Sei hierzu $u_{0,i}$ der i -te Farbkanal mit $i \in \{1, \dots, N\}$ und Γ die Kurve. Damit lässt sich unser Modell schreiben als:

$$\frac{d\phi}{d\epsilon} = \delta_\epsilon(\phi) \left[\mu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^+ (u_{0,i} - C_i^+)^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^- (u_{0,i} - C_i^-)^2 \right]$$

Wobei hier natürlich C_i^\pm die Mittelwerte von $u_{0,i}$ jeweils auf $\phi > 0$ beziehungsweise $\phi < 0$ sind.

4.2 Das vier Farben Problem

Wir möchten nun unser Bild so einfärben, dass keine Bildteil die gleiche Farbe hat wie sein Nachbar. Wie aus der diskreten Mathematik bekannt ist die mit vier Farben möglich. Dabei reicht es mit unseren Level Set Methoden einfach die Gebiete mit Hilfe von $\phi_i > 0$, $\phi_i < 0$ und $i \in \{1, 2\}$ aufzuteilen. Definiere hierzu:

$$u(x) = \begin{cases} u^{++}(x) & \text{falls } \phi_1(x), \phi_2(x) > 0, \\ u^{+-}(x) & \text{falls } \phi_1(x) > 0 > \phi_2(x), \\ u^{-+}(x) & \text{falls } \phi_1(x) < 0 < \phi_2(x), \\ u^{--}(x) & \text{falls } \phi_1(x), \phi_2(x) < 0, \end{cases}$$

Also lässt sich u schreiben:

$$u = u^{++}H(\phi_1)H(\phi_2) + u^{+-}H(\phi_1)(1 - H(\phi_2)) \\ + u^{-+}(1 - H(\phi_1))(H\phi_2) + u^{--}(1 - H(\phi_1))(1 - H(\phi_2))$$

$$F(u, \phi) = \int |u^{++} - u_0|^2 H(\phi_1)H(\phi_2) dx \\ + \nu \int |\nabla u^{++}|^2 H(\phi_1)H(\phi_2) dx \\ + \int |u^{+-} - u_0|^2 H(\phi_1)(1 - H(\phi_2)) dx \\ + \nu \int |\nabla u^{+-}|^2 H(\phi_1)(1 - H(\phi_2)) dx \\ + \int |u^{-+} - u_0|^2 (1 - H(\phi_1))H(\phi_2) dx \\ + \nu \int |\nabla u^{-+}|^2 (1 - H(\phi_1))H(\phi_2) dx \\ + \int |u^{--} - u_0|^2 (1 - H(\phi_1))(1 - H(\phi_2)) dx \\ + \nu \int |\nabla u^{--}|^2 (1 - H(\phi_1))(1 - H(\phi_2)) \\ + \mu \int |\nabla H(\phi_1)| dx + \mu \int |\nabla H(\phi_2)| dx$$

5 Anwendung

Hier nun einige Beispielbilder die das Vermögen von LevelSet Methoden in der Bildererkennung verdeutlichen sollen

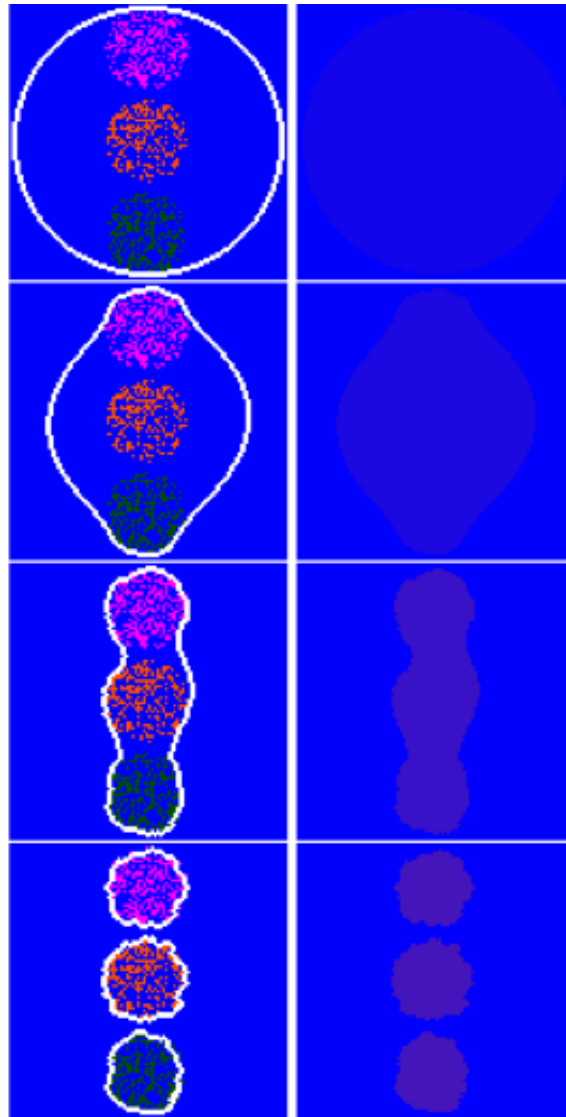


Abbildung 4: Mehr(farb-)kanal LevelSet Methode without Edges

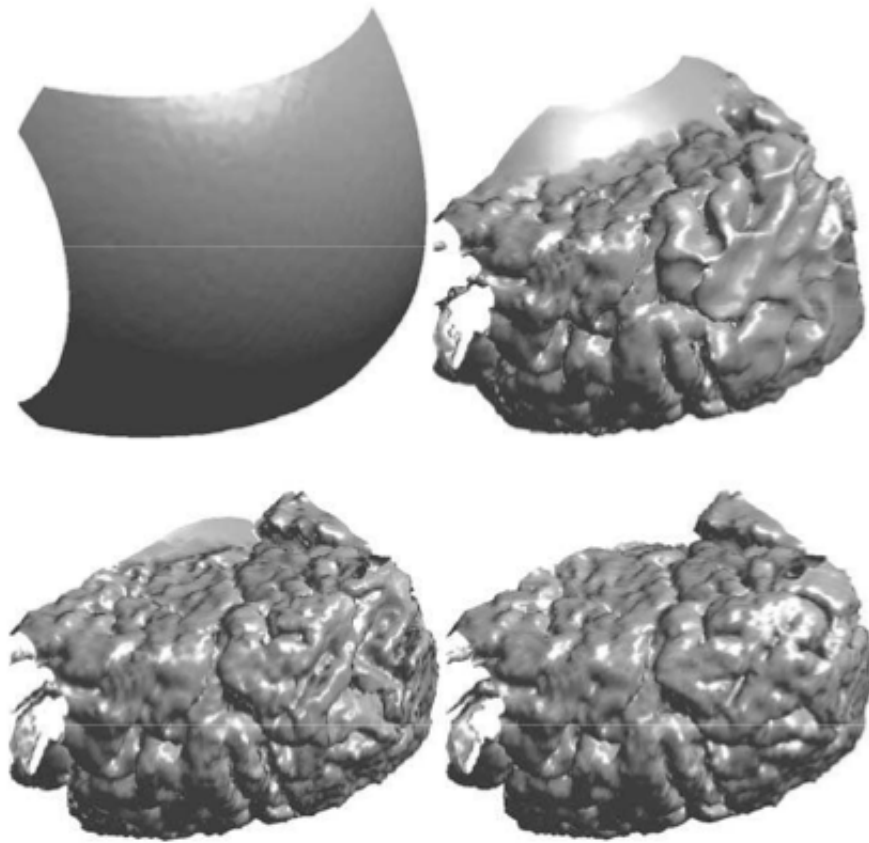


Abbildung 5: 3D version of the active contour without edges

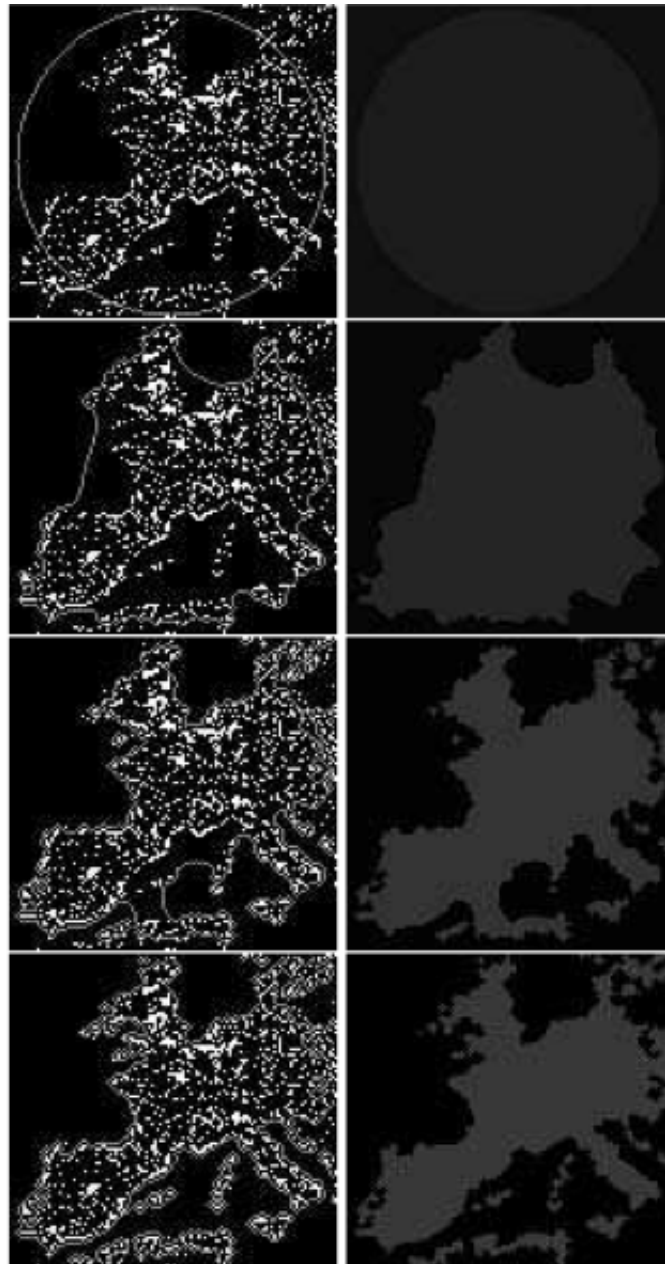


Abbildung 6: Europa bei Nacht