Prof. Dr. Oliver Junge
Wissenschaftliches Rechnen
Zentrum Mathematik
TU München
http://www-m3.ma.tum.de

Analysis 3 für das Lehramt an Berufsschulen

WS 2005/06

Übungsblatt 9

Abgabe bis zum 2.2.06

Aufgabe 9.1 (4 Punkte) Zeigen Sie, dass die Kurve $\varphi : [0,1] \to \mathbb{R}^2$,

$$\varphi(t) = (t, t^2 \cos(\pi/t^2)), \quad t \in (0,1], \quad \varphi(0) = (0,0),$$

stetig, aber nicht rektifizierbar ist. Betrachten Sie dazu den Polygonzug zur Zerlegung $t_0 = 0, t_j = 1/\sqrt{n-j+1}, j = 1, 2, \ldots, n$, von $[0,1]$.

Aufgabe 9.2 (3 Punkte) Gegeben ist die (geschlossene) Kurve

$$G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = x^3 - x^4\}.$$

Skizzieren Sie G und bestimmen Sie alle Punkte auf G, in denen die Tangente an G durch den Koordinatenursprung $(0,0)$ geht.

Aufgabe 9.3 (3 Punkte) Sei $\varphi : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (\cos^3(t), \sin^3(t))$. Skizzieren Sie die durch φ gegebene Kurve und berechnen Sie Ihre Länge.

Aufgabe 9.4 (3 Punkte) Bestimmen Sie die maximale Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = (x+y)^2, \quad y(0) = 0,$$

indem Sie die Funktion $u(x) = x + y(x)$ als neue unbekannte Funktion einführen.

Aufgabe 9.5 (3 Punkte) Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' = xe^{-y}.$$

Skizzieren Sie das Richtungsfeld. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems mit $y(0) = c \in \mathbb{R}$. Wie weit lässt sich die Lösung maximal fortsetzen?