

Analysis 3 für das Lehramt an Berufsschulen

WS 2005/06

Übungsblatt 8

Abgabe bis zum 26.1.06

Aufgabe 8.1 (3 Punkte) Gegeben sei das Rechteck $[-1, 1] \times [-1, 1]$ im \mathbb{R}^2 . Weiter sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = \sqrt{1 - x^4 y^4}.$$

Berechnen Sie das Integral

$$\int_R \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y) \, dx dy.$$

Aufgabe 8.2 (3 Punkte) Ein Körper im \mathbb{R}^3 wird begrenzt durch die Zylinderfläche

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = x^2\}$$

und die Ebenen mit den Gleichungen $z = 0$, $z = y$ und $y = 1$. Berechnen Sie sein Volumen.

Aufgabe 8.3 (3 Punkte) Die Kurve K sei das Bild der Abbildung

$$k : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto (1 - \cos t) \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Skizzieren Sie K und berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von der Kurve K berandet wird. Hinweis: Polarkoordinaten!

Aufgabe 8.4 (3 Punkte) Berechnen Sie das Volumen des *Torus*

$$T = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 3 \right)^2 + z^2 \leq 1 \right\}.$$

Aufgabe 8.5 (3 Punkte) Es sei

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1 + (z - 9)^2, 0 \leq z \leq 9\}.$$

Skizzieren Sie die Menge K und berechnen Sie ihr Volumen.