Prof. Dr. Oliver Junge
Wissenschaftliches Rechnen
Zentrum Mathematik
TU München
http://www-m3.ma.tum.de

Analysis 3 für das Lehramt an Berufsschulen

WS 2005/06

Übungsblatt 5

Abgabe bis zum 22.12.05

Aufgabe 5.1 (3 Punkte) Bestimmen Sie die Länge, die Breite und die Höhe einer rechteckigen Schachtel ohne Deckel mit Volumen 1, so dass die Oberfläche der Schachtel am kleinsten wird.

Aufgabe 5.2 (3 Punkte) Bestimmen Sie die lokalen Minima der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = (1 - z^2) \cdot y^2 + x^2.$$

Aufgabe 5.3 (4 Punkte) Es sei $M = [0, 1] \times [-1, 1]$. Bestimmen Sie die Extrema der Funktion

$$f : M \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 2x - xy + \frac{3}{4}y^2 + \frac{1}{2}y.$$

Aufgabe 5.4 (4 Punkte) Bestimmen Sie die globalen Extrema der Funktion $f : D \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = (x^2 + 10xy + y^2)e^{x^2+y^2},$$

auf der Einheitskreisscheibe $D = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| = 1\}$. Hinweis: untersuchen Sie f auf dem Rand von D, indem sie den Rand durch die Kurve $(\cos(t), \sin(t))$, $t \in [0, \pi]$, parametrisieren.

Aufgabe 5.5 (4 Punkte) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 4xy - x^4 - y^4.$$

(i) Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f.

(ii) Bestimmen Sie die Tangentialebene an den Graphen von f im Punkt $(1, 1, -2)$.

Aufgabe 5.6 (3 Punkte) Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion, deren erste partielle Ableitungen überall positiv sind. Zeigen Sie, dass die Funktion $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\phi(x) = f(x, x^3)$, kein lokales Extremum besitzt.