

Aufgabe 1 (Grundlagen der Numerik)

- | | wahr | falsch |
|---|--------------------------|--------------------------|
| a) Kondition ist eine mathematische Eigenschaft, die von Algorithmus und Maschine abhängt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) Sei κ die absolute Konditionszahl einer Abbildung. Dann gilt: $\kappa \geq 1$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Alle rückwärtsstabilen Algorithmen sind vorwärtsstabil. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Seien g und h Probleme mit zugehörigen Algorithmen \hat{g} und \hat{h} . Ist g schlecht konditioniert, dann ist der Algorithmus $\hat{f} = \hat{h} \circ \hat{g}$ zur Lösung von $f = h \circ g$ immer instabil. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| e) Die Addition zweier reeller Zahlen ist stets gut konditioniert. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Aufgabe 2 (Lineare Algebra)

- | | wahr | falsch |
|--|--------------------------|--------------------------|
| a) Die Berechnung einfacher Eigenwerte jeder Matrix $A \in \mathbb{C}^{m \times m}$ ist gut konditioniert. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) Sei $Q \in \mathbb{C}^{m \times m}$ unitär und $R \in \mathbb{C}^{m \times m}$ eine obere Dreiecksmatrix. Dann besitzen QR und RQ die gleichen Eigenwerte. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Sei $A \in \mathbb{C}^{m \times m}$ und λ ein Eigenwert von A . Dann gilt $ \lambda \leq \ A\ $ für jede induzierte Matrixnorm $\ \cdot\ $ auf $\mathbb{C}^{m \times m}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Jede unitäre Matrix $Q \in \mathbb{C}^{m \times m}$ ist hermitesch. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| e) Jede hermitesche Matrix $A \in \mathbb{C}^{m \times m}$ ist normal. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Aufgabe 3 (Quadratur)

Sei für diese Aufgabe $Q(f) = \sum_{i=0}^n w_i f(x_i)$ eine Quadraturformel und sei $I(f) = \int_a^b f(x) dx$.

- | | wahr | falsch |
|--|--------------------------|--------------------------|
| a) Sind alle Gewichte positiv und $Q(1) = I(1)$, dann stimmen die absoluten Konditionszahlen κ_Q und κ_I überein. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) Die Integration einer oszillierenden Funktion kann schlecht konditioniert sein. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Mit der Trapezregel werden kubische Polynome exakt integriert. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Sei $f \in \mathcal{C}^2[a, b]$. Für die zusammengesetzte Trapezregel auf äquidistanten Stützstellen mit Schrittweite h gilt: $Q(f) - I(f) = \mathcal{O}(h^2)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| e) Zu $n + 1$ paarweise verschiedenen Knoten $\{x_j\}_{j=0 \dots n}$ gibt es eindeutige Gewichte $\{w_j\}_{j=0 \dots n}$, sodass $Q(p) = I(p)$ für alle Polynome p mit $\deg(p) \leq n$ gilt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |