

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe (beispielsweise Mi 8-10 Uhr) oben auf ihre Abgabe, damit wir Ihnen die korrigierte Lösung zurückgeben können!

Aufgabe 1 (Untergruppen)

Bestimmen Sie alle Untergruppen von

- (a) $(\mathbb{Z}, +)$,
- (b) (S_3, \circ) ,

jeweils mit einem Beweis, dass es sich tatsächlich um Untergruppen handelt und dass es keine weiteren gibt.

Aufgabe 2 (Kreuzprodukt von Gruppen)

Seien $(G, \circ_G), (H, \circ_H)$ Gruppen. Wie lässt sich auf natürlich Art und Weise eine Gruppenstruktur auf $G \times H$ definieren (wie immer mit Beweis, dass tatsächlich eine Gruppe entsteht).

Aufgabe 3 (Invertierbarkeit in \mathbb{Z}_m)

Sei $[x] \in \mathbb{Z}_m, m > 0$.

Zeigen Sie: Entweder gibt es $[y] \in \mathbb{Z}_m \setminus \{[0]\}$ mit $[x] \cdot [y] = [0]$ oder $[x]$ ist invertierbar (bezüglich der Multiplikation).

Aufgabe 4 (Praxisbezug)

30 Studenten geben ihre Übungsblätter nicht ab. Alle müssen nachsitzen, sie bekommen allerdings folgende Chance auf Freiheit:

Wir stellen sie hintereinander auf, sodass jeder Student alle vor ihm stehenden Studenten sehen kann, aber nicht diejenigen hinter ihm, und setzen jedem einen roten oder weißen Hut auf. Mit dem hintersten angefangen darf nun jeder Student die Farbe seines Hutes raten und diejenigen, die richtig raten, werden nach Hause gelassen. Vorher geben wir ihnen die Möglichkeit, sich eine Strategie zu überlegen.

(Jeder Student darf nur "Weiß" oder "Rot" sagen; jeder Student hört jeden Studenten.)

- (a) Finde eine Strategie, sodass möglichst viele Student sicher nach Hause gehen können.
- (b) Wieviele Studenten können entkommen, wenn wir statt zwei Farben fünf verschiedene Farben für die Hüte verwendet?

Hinweis: Diejenigen von euch, die sich einen Tip wünschen, finden einen auf der Homepage unter "weiteres Material".