Caroline Lasser, Ilja Klebanov 15. Oktober 2013

Bitte notieren Sie vorne auf ihrer Abgabe den Termin des Tutoriums, welches Sie besuchen werden (beispielsweise Di 10-12 Uhr), damit wir Ihnen die korrigierte Lösung zurückgeben können!

Aufgabe 1 (Mengen und Tupel)

(a) Entscheiden Sie, welche der folgenden Gleichheiten für Teilmengen von $\mathbb{R}$ gelten:

(i) $\{-1,0,1\} = \{1,0,-1\}$

(ii) $\{1,3,1,2,2,1\} = \{1,2,3\}$

(b) Entscheiden Sie, welche der folgenden Gleichheiten für Tupel im $\mathbb{R}^3$ bzw. $\mathbb{R}^6$ gelten:

(i) $(-1,0,1) = (1,0,-1)$

(ii) $(1,3,1,2,2,1) = (1,2,3)$

(c) Sei A eine Menge. Charakterisieren Sie alle Mengen D, die $A \cup D = A$ erfüllen.

(d) Sei A eine Menge. Charakterisieren Sie alle Mengen D, die $A \cap D = A$ erfüllen.

Aufgabe 2 (Potenzmenge)

Für eine Menge A ist die Potenzmenge von A definiert als die Menge ihrer Teilmengen: $\mathfrak{P}(A) := \{B \mid B \subseteq A\}$.

(a) (i) Was ist $\mathfrak{P}(\{1,2,3\})$?

(ii) Was ist $\mathfrak{P}(\mathfrak{P}(\{1\}))$?

(iii) Wie viele Elemente besitzt $\mathfrak{P}(\mathfrak{P}(\{1,2,3\}))$?

Achten Sie auf das korrekte Setzen von Mengenklammern!

(b) Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen für beliebige Mengen A, B gelten (zum Widerlegen bitte ein **echtes** Gegenbeispiel angeben!):

(i) $A \subseteq B \Leftrightarrow \mathfrak{P}(A) \subseteq \mathfrak{P}(B)$.

(ii) $\mathfrak{P}(A \cup B) = \mathfrak{P}(A) \cup \mathfrak{P}(B)$.

(iii) $\mathfrak{P}(A \cap B) = \mathfrak{P}(A) \cap \mathfrak{P}(B)$.

Aufgabe 3 (Äquivalenzrelationen)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Relationen auf $\mathbb{R}$ bzw. $\mathbb{Z}$ Äquivalenzrelationen sind (zum Widerlegen bitte ein **echtes** Gegenbeispiel angeben!):

(a) Für $a, b \in \mathbb{R}$ sei: $a \sim b \Leftrightarrow |a - b| < 5$.

(b) Für $a, b \in \mathbb{R}$ sei: $a \sim b \Leftrightarrow a - b \in \mathbb{Z}$.

(c) Für $a, b \in \mathbb{Z}$ sei: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ ist Vielfaches von 3 (es existiert ein $k \in Z$ mit $3k = a - b$).

(d) Für $a, b \in \mathbb{Z}$ sei: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ ist ungerade.