....
Note

Name	Vorname	
Matrikelnummer	Studiengang (Hauptfach)	Fachrichtung (Nebenfach)

Obige Angaben sind richtig:

Unterschrift der Kandidatin/des Kandidaten

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Fakultät für Mathematik

PROBEKLAUSUR MA 1103
Lineare Algebra 1 für Lehramt an Gymnasien

28. Januar 2014

Prüfer: Prof. Dr. C. Lasser

Hörsaal: .... Reihe: .... Platz: ....

	I	II
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Σ		

Nur von der Aufsicht auszufüllen:

Hörsaal verlassen von .... bis ....

Vorzeitig abgegeben um ....

Besondere Bemerkungen:

I ....
Erstkorrektur

II ....
Zweitkorrektur

Hinweise zur Bearbeitung:

- Die Berarbeitungszeit beträgt 90 min.
- Als Hilfsmittel sind nur Stifte erlaubt.
- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Seiten mit 6 Aufgaben.

Aufgabe 1 (Grundwissen: Begriffe) **Punkte**

Definieren Sie in voller Allgemeinheit folgende Begriffe:

(a) Gruppe

(b) Vektorraum

(c) Unterraum

(d) Quotientenraum

(e) Linearkombination

(f) Basis

(g) Koordinatenvektor

(h) Lineare Abbildung

(i) Kern

(j) Dualraum

(k) Darstellende Matrix

Aufgabe 2 (Grundwissen: Sätze) **Punkte**

Geben Sie knappe, aber exakte und **vollständige** Formulierungen der folgenden Sätze:

(a) Austauschlemma

(b) Dimensionsformel für Quotientenräume

(c) Dimensionsformel für lineare Abbildungen

(d) Kürzungsregeln in Gruppen

Aufgabe 3 (Verständnis von Zusammenhängen) **Punkte**

Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen richtig sind und welche falsch, und geben Sie eine kurze Begründung bzw. ein Gegenbeispiel.

(a) $\{0\}$ ist linear abhängig.

(b) Jede lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ ist injektiv.

(c) Für $A \in K^{m \times n}$ ist Ae_i die i-te Spalte von A.

(d) Jede Diagonalmatrix im $\mathbb{R}^{n \times n}$ ist invertierbar.

(e) Für $A \in K^{m \times n}$ ist die Lösungsmenge von $Ax = 0$ ein Unterraum des K^n.

Aufgabe 4 (Schulwissen vom höheren Standpunkt) **Punkte**

Begründen Sie:

(a) die Regel, dass man nicht durch Null teilt.

(b) die Rechenregel für die Addition von Brüchen.

(c) zwei linear abhängige Vektoren des $\mathbb{R}^2$ liegen auf einer Gerade.

Aufgabe 5 (Beweisen) **Punkte**

Formulieren Sie in voller Allgemeinheit und beweisen Sie:

(a) Der Kern einer linearen Abbildung ist ein Unterraum.

(b) Dimensionsformel für lineare Abbildungen.

Aufgabe 6 (Veranschaulichen) **Punkte**

Erklären Sie unter Verwendung aussagekräftig beschrifteter Diagramme:

(a) den Quotientenraum $\mathbb{R}^2/U$, wobei $U = \{\alpha x \mid x \in \mathbb{R}^2\}$ für ein $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$,

(b) das Matrix-Vektor-Produkt Ax für $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $x \in \mathbb{R}^2$,

(c) Kern und Bild einer linearen Abbildung.