

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe (beispielsweise Mi 8-10 Uhr) oben auf ihre Abgabe, damit wir Ihnen die korrigierte Lösung zurückgeben können!

Aufgabe 1 (Polynomdivision)

Seien $f = 3t^3 + 2t + 1 \in \mathbb{R}[t]$ und $g = t^2 - 4t \in \mathbb{R}[t]$. Bestimmen Sie $q, r \in \mathbb{R}[t]$ mit $f = q \cdot g + r$ und $\deg(r) < \deg(g)$.

Aufgabe 2 (komplexe Nullstellen reeller Polynome)

Seien $f \in \mathbb{R}[t]$ und $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ mit $f(\lambda) = 0$.

(a) Finden Sie ein Beispiel für f und λ .

Zeigen Sie:

(b) $f(\bar{\lambda}) = 0$.

(c) $g(t) := (t - \lambda)(t - \bar{\lambda}) \in \mathbb{R}[t]$.

(d) Es gibt genau ein $q \in \mathbb{R}[t]$ mit $f = qg$.

Aufgabe 3 (Interpolation)

Sei K eine Körper und $x_0, \dots, x_n \in K$ paarweise verschieden.

(a) Konstruieren Sie $\ell_0, \dots, \ell_n \in K[t]$ vom Grad $\leq n$ mit $\ell_j(x_k) = \delta_{kj}$ für alle $0 \leq k, j \leq n$.

(b) Seien $y_0, \dots, y_n \in K$. Konstruieren Sie $f \in K[t]$ mit $\deg(f) \leq n$ und $f(x_j) = y_j$ für alle $j = 0, \dots, n$.

Hinweis: Sie müssen die Polynome nicht zwangsläufig in der Form $a_n t^n + \dots + a_0$ angeben, sondern können auch Summen oder Produkte von Polynomen benutzen (selbstverständlich muss dann begründet werden, warum es sich um Polynome vom richtigen Grad handelt).

Aufgabe 4 (Parametrisierung einer Geraden)

In der Vorlesung wurde die Gerade durch die Punkte $p, q \in \mathbb{R}^2, p \neq q$ mit

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto p + t(q - p)$$

parameterisiert. Setzen Sie diese Parametrisierung mit der auf http://www-m10.ma.tum.de/bin/view/Lehre/Bsp15_1 in Beziehung und erklären Sie die Details dieser Visualisierung.