

Übung zum Satz von Laplace

1. Übung: Entwicklungssatz

a) Bestimmen Sie über den Entwicklungssatz von Laplace

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die folgende Matrix invertierbar?

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & x & x^2 \end{pmatrix}$$

c) Leiten Sie über den Entwicklungssatz die Regel von Sarrus her.

2. Cramer's rule

a) Use Cramer's rule to solve $Ax = b$ for

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

b) Use Gaussian elimination to solve the above linear system.

c) Count the number of multiplications of your computations in (1) and (2).

d) Let $\xi \in \mathbb{C}$. Use Cramer's rule to solve $Ax = b$ for

$$A = \begin{pmatrix} \xi & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$