C. Pötzsche
F. Marquardt
Zentrum Mathematik
TU München

20. Juni 2011

Lineare Algebra für Informatik

7. Übungsblatt

Abgabe: Übungen am Dienstag, 28.06., Mittwoch, 29.06. und Donnerstag, 30.6.2011
Besprechung: In den Übungen jeweils eine Woche später
Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung findet man unter

`http://www-m3.ma.tum.de/Allgemeines/LAInfo11`

Aufgabe 1

Es sei X ein linearer Raum und $\mathbb{I} \in \{\mathbb{N}_0, \mathbb{Z}\}$ gegeben. Bezeichnet dann $\ell(\mathbb{I})$ den linearen Raum aller Folgen $F(\mathbb{I}, X)$ in X, so ist der durch $(S\phi)_k := \phi_{k+1}$ definierte *Vorwärts-Shift* eine Abbildung $S \in L(\ell(\mathbb{I}))$.
Für den Shift-Operator S bestimme man in Abhängigkeit von $\mathbb{I}$ Kern, Bild und untersuche ihn auf Injektivität und Surjektivität.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie Basen für den Kern und das Bild von $T_A \in L(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4)$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

Handelt es sich bei den folgenden Abbildungen um Isomorphismen? Beweisen Sie Ihre Aussage.

(a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = x\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

(b) $g : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ mit $g\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = x\begin{pmatrix} 1 \\ \imath \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -\imath \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

(c) $\bar{\cdot} : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $z = a + \imath b \mapsto \bar{z} = a - \imath b$,

(d) $|\cdot| : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 4

Beweisen Sie Bemerkung 3.2.2 (2):
Durch $A := \{(X, Y) :\ X \text{ und } Y \text{ sind isomorph}\}$ ist eine Äquivalenzrelation auf der Menge aller linearen Räume definiert.