C. Pötzsche
F. Marquardt
Zentrum Mathematik
TU München

8. Juni 2011

Lineare Algebra für Informatik

6. Übungsblatt

Abgabe: Übungen am Dienstag, 14.06., Mittwoch, 15.06. und Donnerstag, 16.6.2011
Besprechung: In den Übungen jeweils eine Woche später
Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung findet man unter

`http://www-m3.ma.tum.de/Allgemeines/LAInfo11`

Aufgabe 1

(a) Untersuchen Sie die folgende Familie auf lineare Unabhängigkeit in $\mathbb{R}^4$:

$$\mathcal{S}_1 := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 11 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Geben Sie ferner eine Teilfamilie von $\mathcal{S}_1$ an, welche eine Basis von $\operatorname{span} \mathcal{S}_1$ ist.

(b) Ergänzen Sie die Familie $\mathcal{S}_2 := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ zu einer Basis von $\mathbb{R}^4$.

Aufgabe 2

Mit $m, n \in \mathbb{N}$ bestimme man eine Basis und die Dimension der linearen Räume

$$\mathbb{K}^{m\times n}, \qquad \left\{A \in \mathbb{K}^{n\times n} : A \text{ ist obere Dreiecks-Matrix}\right\}, \qquad F(\{1,\dots,n\}, \mathbb{R}).$$

Aufgabe 3

Man untersuche für jedes $n \geq 2$, ob die Menge

$$\Pi_n(\mathbb{R}) := \{p \in P_n(\mathbb{R}) : p(0) = p'(0) = 0\}$$

ein Unterraum von $P_n(\mathbb{R})$ ist und bestimme ggf. seine Dimension. Finden Sie ferner ein Komplement zu $\Pi_n(\mathbb{R})$ in $P_n(\mathbb{R})$.

Aufgabe 4

Beweisen Sie Proposition 3.1.9.

Ist $T \in L(X, Y)$ eine lineare Abbildung, so ist ihr Kern $N(T)$ ein Unterraum von X und ihr Bild $R(T)$ ein Unterraum von Y.