C. Pötzsche
F. Marquardt
Zentrum Mathematik
TU München

23. Mai 2011

Lineare Algebra für Informatik

4. Übungsblatt

Abgabe: Übungen am Dienstag, 31.05., Mittwoch, 01.06. und Freitag, 23.06.2011
Besprechung: In den Übungen jeweils eine Woche später
Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung findet man unter

`http://www-m3.ma.tum.de/Allgemeines/LAInfo11`

Aufgabe 1

Beweisen Sie Bemerkung 2.1.2(3): Zeigen Sie, das für das neutrale Element $e \in \mathbb{G}$ gilt $e = e^{-1}$ und für alle $a \in \mathbb{G}$ gilt $a = (a^{-1})^{-1}$.

Aufgabe 2

Es sei $\Delta_u \subseteq \mathbb{K}^{n\times n}$ die Menge aller oberen Dreiecksmatrizen, deren Diagonalelemente sämtlich ungleich 0 sind. Ist Δ_u eine Gruppe bezüglich der Matrixmultiplikation? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 3

(a) Ist $\mathbb{Z}_4 := \{0, 1, 2, 3\}$ mit den beiden in

$$\alpha +_p \beta = k, \qquad \alpha \cdot_p \beta = l \tag{2.1a}$$

definierten arithmetischen Operationen $+_4, \cdot_4$ ein Körper? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

(b) Man zeige, dass $\mathbb{K} := \left\{a + \sqrt{3}b : a, b \in \mathbb{Q}\right\}$ ein Körper ist bezüglich der von $\mathbb{R}$ vererbten arithmetischen Operationen ist.

Aufgabe 4

Über den ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ und dem Körper $\mathbb{Z}_3$ mit den in (2.1a) definierten arithmetischen Operationen löse man jeweils die lineare Gleichung

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0, \\ x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_3 = 2. \end{cases}$$