

## Lineare Algebra für Informatik

### 3. Übungsblatt

Abgabe: Übungen am Dienstag, 24.05., Mittwoch, 25.05. und Donnerstag, 26.05.2011

Besprechung: In den Übungen jeweils eine Woche später

Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung findet man unter

<http://www-m3.ma.tum.de/Allgemeines/LAInfo11>

#### Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der linearen Gleichung

$$\begin{cases} \alpha x_1 + \beta^2 x_2 = \alpha - \beta, \\ \alpha^2 x_1 + \beta x_2 = \beta - \alpha \end{cases}$$

in Abhängigkeit der Parameter  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

#### Aufgabe 2

Man löse die linearen Gleichungen

$$\begin{cases} ix_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 4, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 7, \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 8x_1 + 10x_2 + 12x_3 = 0, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 4, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = \alpha \end{cases}$$

mit dem Gauß-Algorithmus bzw. einer adäquaten Modifikation, wobei  $i$  für die komplexe Zahl  $i = (0, 1)$  steht und  $\alpha \in \mathbb{R}$  ein Parameter ist.

#### Aufgabe 3

Gibt es eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  der Form  $f(t) := \sum_{k=0}^3 f_k t^k$ ,  $f_0, \dots, f_3 \in \mathbb{R}$ , welche den Bedingungen

$$f(-2) = -3, \quad f(-1) = -6, \quad f(1) = 6, \quad f(2) = -3$$

genügt? Kann man auch noch zusätzlich  $f(0) = 0$  fordern?

#### Aufgabe 4

Beweise die Sätze 1.4.3 und 1.4.4 aus der Vorlesung.

#### Maple Aufgabe

Wir betrachten wieder die *Hilbert-Matrix*  $H_n \in \mathbb{Q}^{n \times n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$H_n := \left( \frac{1}{i+j-1} \right)_{1 \leq i, j \leq n}$$

und die  $n$ -Spalte

$$e_n := \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^n.$$

Lösen Sie die linearen Gleichungen

$$H_n x = 0, \quad H_n x = e_n$$

für  $n \in \{5, 10, 15\}$  mittels geeigneter MAPLE-Befehle.