C. Pötzsche
F. Marquardt
Zentrum Mathematik
TU München

11. Mai 2011

Lineare Algebra für Informatik

2. Übungsblatt

Abgabe: Übungen am Dienstag, 17.05., Mittwoch, 18.05. und Donnerstag, 19.05.2011
Besprechung: Übungen am Dienstag, 24.05., Mittwoch, 25.05. und Donnerstag, 26.05.2011
Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung findet man unter

`http://www-m3.ma.tum.de/Allgemeines/LAInfo11`

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Marixprodukte

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0.5 \\ 4 & 7 & 1 \\ 1 & 5 & 0.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 4 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{6} & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

Die Potenzen quadratischer Matrizen $A \in \mathbb{K}^{n\times n}$ sind rekursiv gegeben durch

$$A^0 := I_n, \qquad A^{k+1} := AA^k \quad \text{für alle } k \in \mathbb{N}_0.$$

Man finde eine explizite Formel für die k-te Potenz J^k, $k \in \mathbb{N}_0$, der Matrix

$$J := \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \qquad \text{mit } \lambda \in \mathbb{K}$$

und beweise diese durch vollständige Induktion.

Aufgabe 3

(a) Die Spur einer quadratischen Matrix $A = (a_{ij})_{1\le i,j\le n} \in \mathbb{K}^{n\times n}$ ist definiert als Summe ihrer Diagonalelemente

$$\operatorname{tr} A := \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Man zeige $\operatorname{tr} AB = \operatorname{tr} BA$ für alle $A, B \in \mathbb{K}^{n\times n}$.

(b) Beweisen Sie den Satz 1.3.10 aus der Vorlesung.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie eine Formel zur Umrechnung vom YIQ- in den RGB-Farbraum.

Maple Aufgabe

Die *Hilbert-Matrix* $H_n \in \mathbb{Q}^{n\times n}$, $n \in \mathbb{N}$, ist definiert durch

$$H_n := \left(\frac{1}{i+j-1}\right)_{1\leq i,j\leq n}.$$

Man stelle mittels entsprechender `Maple`-Befehle den Graph der durch $h(n) := \operatorname{tr} H_n$ definierten Folge $h : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$ dar.