C. Pötzsche
F. Marquardt
Zentrum Mathematik
TU München

4. Mai 2011

Lineare Algebra für Informatik

1. Übungsblatt

Abgabe: Übungen am Dienstag, 10. Mai 2011 und Mittwoch, 11. Mai 2011
Besprechung: Übungen am Dienstag, 17. Mai 2011 und Mittwoch, 18. Mai 2011
Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung findet man unter

`http://www-m3.ma.tum.de/Allgemeines/LAInfo11`

Aufgabe 1

Man untersuche, ob die folgenden Relationen reflexiv, transitiv oder symmetrisch sind:

$$
\begin{array}{ll}
X_1 = \mathbb{R}, & R_1 = \{(x,y) \in X_1 \times X_1 : x < y\}\,, \\
 & R_2 = \{(x,y) \in X_1 \times X_1 : x \geq y\}\,, \\
X_3 = \{\text{Menschen}\}\,, & R_3 = \{(x,y) \in X_3 \times X_3 : x \text{ ist verwandt mit } y\}\,, \\
\begin{cases} X_4 = \{\text{Frauen}\}\,, \\ Y_4 = \{\text{Männer}\} \end{cases} & R_4 = \{(x,y) \in X_4 \times Y_4 : x \text{ ist Tochter von } y\}\,.
\end{array}
$$

Im Falle von Äquivalenzrelationen bestimme man die Äquivalenzklassen.

Aufgabe 2

Auf der Menge $X = \{(m,n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : n \neq 0\}$ definieren wir die Relation

$$A := \Big\{ \big((m_1,n_1),(m_2,n_2) \big) \in X \times X : m_1 n_2 = m_2 n_1 \Big\}\,.$$

Untersuche, ob A eine Äquivalenzrelation ist und beschreibe ggf. die Äquivalenzklassen.

Aufgabe 3

Für die folgenden Abbildungen $f_i : D_i \to B_i$, $i = 1,2,3,4$, bestimme man das Bild $f(D_i)$, untersuche sie auf Injektivität und Surjektivität:

$$
\begin{array}{lll}
D_1 = \mathbb{R}, & B_1 = \mathbb{R}, & f_1(x) := x^3 \\
D_2 = \mathbb{R}, & B_2 = \mathbb{R}, & f_2(x) := \sin(\pi x) \\
D_3 = \mathbb{R}, & B_3 = [-1,1], & f_3(x) := \sin(\pi x) \\
D_4 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], & B_4 = [-1,1], & f_4(x) := \sin(\pi x).
\end{array}
$$

Geben Sie ggf. die Umkehrabbildung an.

Aufgabe 4

Es seien D, B nichtleer, $A_1, A_2 \subseteq D$, $B_1, B_2 \subseteq B$ und $f : D \to B$ eine Abbildung. Man zeige die Beziehungen

$$\begin{aligned} f(A_1 \cup A_2) &= f(A_1) \cup f(A_2), & \qquad f^{-1}(B_1 \cup B_2) &= f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2), \\ f(A_1 \cap A_2) &\subseteq f(A_1) \cap f(A_2), & \qquad f^{-1}(B_1 \cap B_2) &= f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2) \end{aligned}$$

und finde ein Beispiel, dass i.A. nicht $f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$ gilt.

Maple Aufgabe

Informieren Sie sich, wie mathematische Funktionen $f : D \to B$ in Maple definiert und graphisch dargestellt („geplottet“) werden können. Demonstrieren Sie Ihre Erfahrungen anhand der Funktionen

$$\begin{aligned} f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}, & \qquad f(x) := \tfrac{\sin x}{x}, \\ g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, & \qquad g(x,y) := \exp(-x^2 - y^2)\sin(x^2 + y^2), \\ h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, & \qquad h(t) := \begin{pmatrix} 16\sin(t)^3 \\ 13\cos(t) - 5\cos(2t) - 2\cos(3t) - \cos(4t) \end{pmatrix}, \\ j : [0, 2\pi] \times [0, \pi] \to \mathbb{R}^3, & \qquad j(u,v) := \begin{pmatrix} u\sin(u)\cos(v) \\ u\cos(u)\cos(v) \\ u\sin(v) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$