Math Semesterber (2010) 57: 139–160
DOI 10.1007/s00591-010-0069-3

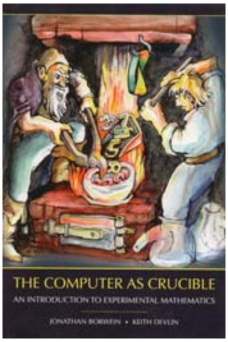
BUCHBESPRECHUNGEN

Buchbesprechungen

Folkmar Bornemann · Rüdiger Thiele · Harald Löwe · Karin Reich · Thomas Sonar

Online: 6. Februar 2010

Jonathan Borwein, Keith Devlin: The Computer as Crucible: An Introduction to Experimental Mathematics. (A K Peters 2008, 200 Seiten, ISBN 978-1-56881-343-1)



A Very Short Introduction nennt Oxford University Press seine äußerst erfolgreiche Serie von Büchern für die Westentasche, die „intellektuell anregend, autoritativ neue Ideen und Enthusiasmus verbindend, mehr als nur eine einfache Einführung in ein Thema liefern sollen" (ja, auch zu Themen wie Mathematik, Statistik und Logik). Soweit der Werbetext, aber meiner Erfahrung nach erfüllen diese Büchlein erstaunlich oft ihren angepriesenen Zweck. Das vorliegende Buch hätte eine entsprechende Very Short Introduction in die Experimentelle Mathematik werden können. Ich wähle den Irrealis nicht etwa vordergründig deswegen, weil das Buch von AK Peters und nicht von OUP verlegt wurde, oder – weit gefehlt – weil die Elemente der intellektuellen Anregung, der Autoritativität, der neuen Ideen oder gar des Enthusiasmus fehlen würden; nein, sondern einzig aus der Unsicherheit heraus, ob das Buch den Zweck

F. Bornemann
München, Deutschland

R. Thiele
Halle, Deutschland

H. Löwe · T. Sonar (✉)
Institut Computational Mathematics, TU Braunschweig, Pockelsstraße 14, 38106 Braunschweig, Deutschland
E-Mail: t.sonar@tu-bs.de

K. Reich
Berlin, Deutschland

einer Einführung jenseits des „preaching to the converted“ erfüllt, ob es sich nicht doch nur um ein Werk von Aficionados für Aficionados handelt. Der Klarheit halber bekenne ich mich als ein solcher Aficionado.

Das Buch ist auf Anregung von Klaus Peters entstanden, dem Verleger – neben der Fachzeitschrift „Experimental Mathematics“ – der drei Bände „Experimentation in Mathematics“, „Mathematics by Experiments“ und „Experimental Mathematics in Action“ von Jon Borwein, David Bailey und weiteren Koautoren. Es verbindet den internen Blick des langjährigen Protagonisten der Experimentellen Mathematik, Jon Borwein, mit dem externen Blick von Keith Devlin, eines aus Logik und Mengentheorie stammenden Mathematikers, der sich um die Popularisierung unseres Fachs sehr verdient gemacht hat und sich seit längerem mit kongnitionswissenschaftlichen Aspekten (auch und gerade im Zusammenhang mit dem Einsatz von Computern) beschäftigt und die These von Mathematik als Wissenschaft der Muster vertritt. Dazu gesellen sich noch Illustrationen und Cartoons von Karl H. Hofmann, dessen erfrischend ironischer Blick auf die Materie ein Quäntchen Sand ins Thesengetriebe der Autoren streut. Herausgekommen ist ein sehr bekömmlicher Aperitif, der sicherlich anregen dürfte, mehr an Experimenteller Mathematik zu kosten.

Unter „Experimenteller Mathematik“ versteht man die induktiven Bestandteile des mathematischen Entdeckungsprozesses und die Entwicklung der hierzu nötigen mathematischen Methoden und Werkzeuge. Eigentlich ist sie nichts Neues und so beginnt das Buch (wie auch das kürzlich bei OUP herausgekommene Lehrbuch von Rodriguez Villegas zur Experimentellen Zahlentheorie) mit dem berühmten Tagebucheintrag vom 30. Mai 1799, in dem Gauß die numerische Übereinstimmung des arithmetisch-geometrischen Mittels der Zahlen 1 und $\sqrt{2}$ mit dem Verhältnis der Umfänge von Einheitskreis und Einheitslemniskate auf 11 signifikante Ziffern festhielt. Weitsichtig fügte Gauß hinzu, dass dies ein neues Gebiet der Analysis eröffnen dürfte. So schön dieses Beispiel auch ist, so zeigt es aber doch den Beginn einer Entwicklung, die über lange Zeit das Erscheinungsbild der Mathematik prägte: Die experimentellen, induktiven Bestandteile finden sich in den (zunächst) nicht für die Öffentlichkeit bestimmten Tagebüchern und Kladden und werden damit Gegenstand der wissenschaftlichen Nachlassverwaltung. Der Entdeckungsprozess wird zu Lebzeiten verschwiegen, das Gerüst wieder eingerissen, damit das Gebäude in voller Pracht ohne Hinweis auf sein Entstehen bewundert werden kann. So stieß Siegel erst 1929 im Göttinger Nachlass auf jene numerische Berechnungen der ersten Nullstellen der Zetafunktion im kritischen Streifen, welche Riemann auf seine berühmte Vermutung geführt hatten – in der Abhandlung aus dem Jahre 1859 findet sich hingegen nicht der leiseste Hinweis darauf; auch diese Geschichte wird im Buch erzählt (S. 40). Zu Eulers Zeiten war das wohl noch anders und mit dem Aufkommen leistungsfähiger Computer und Algorithmen (in Computeralgebra, Numerik und Zahlentheorie) hat sich die Einstellung der meisten Mathematiker zu ihren jetzt teilweise sehr umfangreichen Experimenten glücklicherweise auch wieder deutlich geändert: Die publizierte Dokumentation solcher Experimente ist mittlerweile hoffähig (die zu den Milleniums-Problemen gehörende Vermutung von Birch und Swinnerton-Dyer entstand 1963 aus umfangreichen, dokumentierten Rechnungen am Computer) und die Weiterentwicklung geeigneter Methoden und Werkzeuge wurde ein eigener Forschungsgegenstand. Computer werden so zum Schmelztiegel (engl.: „crucible“), in dem kraftvolle Mixturen aus Zahlen, Formeln und Algorithmen zu hoffentlich neuen interessanten Einsichten zusammengebraut werden; am Computer müssen Vermutungen in zahlosen konkreten Instanzen ihre Feuerprobe (engl.: „crucible“) bestehen. Diese Entwicklung sollte auch als Chance für die Ausbildung verstanden werden, erlaubt sie doch, den durch Heuristiken, plausibles Schließen, gezieltes Vermuten und zahllose Experimente geprägten mathematischen *Entdeckungsprozess* im Studium zu thematisieren (das vorliegende Buch kann hierfür etliche Ideen liefern). Ein erfreulicher Nebeneffekt ist ferner, dass sich der computerorientierten Mathematik ein neues Anwendungsfeld öffnet: Die Mathematik selbst.

Die kurzen und kurzweiligen Kapitel des nicht eigentlich als Lehrbuch konzipierten Werks gruppieren sich um Stichworte, Zitate, Thesen, Anekdoten und viele (unterschiedlich ausführliche) illustrative Beispiele, die allerdings mehr erzählt als diskutiert werden. Diese oft nur als Anregung gemeinten Beispiele des Buchs entstammen fast ausschließlich der Werkstatt von Jon Borwein und damit im weitesten Sinne der Analysis (wer Zahlentheorie sucht, sollte stattdessen zu dem bereits genannten Buch von Rodriguez Villegas greifen). Zwei besonders geglückte Kapitel befassen sich mit den Licht- und Schattenseiten von Computerexperimenten: Der Gunst des hilfreichen Zufalls (engl: „serendipity“) und der zur steten Wachsamkeit nötigenden Gefahr vielfältiger Fehlerquellen. Neben den unvermeidlichen Produktnamen verbreiteter Computeralgebrapakete werden zwei wichtige Werkzeuge vorgestellt: Zum einen der von Borwein vorangetriebene, auf einer Mischung aus Datenbank und PSLQ-Algorithmus zur Aufdeckung ganzzahliger Relationen beruhende „Inverse Symbolic Calculator“, der es auch Leuten mit einem weniger begnadeten Zahlengedächtnis als Gauß erlaubt, die Zahl 1.1981402347 als Beginn der Dezimalentwicklung von $\pi/\sqrt{2}/K(1/2)$ zu identifizieren. Oder die von Neil Sloane geflegte Online-Enzyklopädie ganzzahliger Folgen, die uns etwa hilft, die Sequenz 1, 3, 15, 93, 639 als Anfang der Folge $a_k = \sum_{j=0}^{k} \binom{k}{j}^2 \binom{2j}{j}$ auszumachen. Beide Werkzeuge finden sich für mich seit Jahren stets in Reichweite eines einzigen Mausklicks und haben mich zu erstaunlichen Einsichten geführt.

Nun komme ich zu meiner eingangs erwähnten Unsicherheit, ob dieses Buch sein Ziel erreichen kann, eine breitere mathematisch interessierte Leserschaft anzusprechen. Das Ergebnis der meisten Beispiele in diesem Buch sind Formeln, oft solche, die eine einzelne konkrete Zahl auf unterschiedliche Weise repräsentieren; so findet sich etwa für die eben erwähnten Folge a_k die Formel (S. 90)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\binom{2k}{k}}{(-108)^k} a_k = \frac{6}{\pi^2} \left(3\sqrt{3} - \sqrt{21}\right) K(k_{21}) K(k_{7/3}),$$

wobei k_r den singulären Modul zur positiven rationalen Zahl r und $K(k)$ das vollständige elliptische Integral erster Art bezeichnet. Man spürt hier eine geradezu „schuljungenhafte Begeisterung“ (Leonard Lewin im Vorwort zu seinem Buch *Polylogarithms*), der Mathematik ihre Mysterien zu entreißen; eine Begeisterung, die uns ähnlich auch in Jacobis *Fundamenta nova* oder Cauchys *Exercices de mathématiques* entgegenschlägt, wenn Formel an Formel gereiht wird, um die ungeahnten und spektakulären Erfolge einer neuen Methode zu demonstrieren. Da ich mir vorstellen kann, dass sich nicht jeder Leser unmittelbar von dieser intrinsischen Begeisterung anstecken lässt, stellt sich nicht nur für mich, sondern – man merkt es ab und an – auch für die Autoren die Frage nach einer extrinsischen Motivation. Damit meine ich nicht den heute so häufig verlangten und meist auf absurde Weise angetretenen Nachweis einer wie auch immer gearteten „Nützlichkeit" (wozu die Autoren in einer Fußnote auf S. 20 bemerken, dass sie sich mit Mathematik nicht wegen ihrer „Nützlichkeit" beschäftigten, auch wenn sie zur Kenntnis nähmen, dass die Frage nach einer solchen für viele von Interesse sei); nein, sondern die Anerkennung eines Erkenntnisinteresses, das über ein paar sparsame Hinweise auf verwandte Probleme in der Quantenfeldtheorie hinausgeht und nicht mit einem selbstironischen "Don't ask! You tend to keep coming across this kind of example when you do experimental mathematics" (S. 108) endet (leider, und das ist jetzt wirklich eine Kritik, finden sich auch kaum brauchbare Literaturverweise für denjenigen, der zu einem Beispiel schlichtweg weitergehende mathematische Details sucht). Aber vielleicht bedarf es nur etwas an heiterer Demut und es trifft auch hier zu, was Alf van der Poorten 1981 im Geleitwort zu dem bereits erwähnten Buch von Leonhard Lewin schrieb: "To me it has occasionally seemed that mathematics threatens to be too serious a subject. Wonderful formulas are condemned as unimportant curiosities; or worse, as well known. This book will assist in stemming any such trend." Obwohl es um den Computer als Schmelztiegel geht, könnte das Buch also die Feuerprobe bestehen, uns letztlich etwas über die Kraft *menschlichen* Denkens zu lehren.

Folkmar Bornemann
München

Margaret B.W. Tent: Leonhard Euler and the Bernoullis. (A K Peters 2009, 276 Seiten, ISBN 978-1-56881-464-3)

Ähnlich wie die Bach-Familie in der Musik nimmt die Basler Familie Bernoulli in der Mathematikgeschichte einen herausragenden Platz ein: sie (d. h. insbesondere die Brüder Jakob und Johann Bernoulli sowie Johanns Sohn Daniel) bestimmt im späten 17. Jahrhundert und über das gesamte 18. Jahrhundert wesentlich die Geschichte der Mathematik. Von der Mathematik des 18. Jahrhunderts zu sprechen bedeutet aber auch, von Leonhard Euler, dem Schüler Johann Bernoullis, zu sprechen. Damit weist der Titel des Buches „Leonhard Euler and the Bernoullis" auf ein außerordentlich interessantes Thema hin, das mehr als nur Mathematik umfassen kann. Sieht man von den entsprechenden gesammelten Werken ab, so gibt es zwar hinreichende biographische Literatur zu Euler (auch in Englisch), aber weniger zu der Bernoulli-Familie.

Das vorliegende Buch ist offenbar weder für Mathematiker noch Mathematihistoriker geschrieben, denn dazu ist die behandelte Mathematik zu elementar, und die historischen Sachverhalte sind mehr oder weniger allgemein bekannt (wobei die Autorin keine Quellen nennt, selbst Briefe werden undatiert zitiert). Fragen wir also mit dem römischen Schriftsteller Flaccus „Quis leget haec" (Wer wird das lesen?). Der Klappentext nennt jugendliche Leser und ergänzt, daß sicherlich ein allgemeiner Leserkreis (general audience) hieran interessiert sein dürfte. Allerdings bekennt die Autorin selbst, daß Euler den Amerikanern (nur ihnen?) bestenfalls aus Kreuz-