12×12 Schlüsselkonzepte zur Mathematik

Oliver Deiser · Caroline Lasser ·
Elmar Vogt · Dirk Werner

12 × 12 Schlüsselkonzepte zur Mathematik

2. Auflage

Springer Spektrum

Oliver Deiser
München, Deutschland

Caroline Lasser
Lehrstuhl für Numerische Mathematik
Technische Universität München
Garching, Deutschland

Elmar Vogt
Institut für Mathematik
Freie Universität Berlin Fachbereich Mathematik und Informatik
Berlin, Deutschland

Dirk Werner
Freie Universität Berlin Fachbereich Mathematik und Informatik
Berlin, Deutschland

ISBN 978-3-662-47076-3
ISBN 978-3-662-47077-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-47077-0

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Planung: Dr. Andreas Rüdinger

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Berlin Heidelberg ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
(www.springer.com)

Vorwort zur 2. Auflage

In der 2. Auflage haben wir die uns bekannt gewordenen Tippfehler korrigiert und Unstimmigkeiten bereinigt. Wir danken allen Leserinnen und Lesern, die uns über kleinere und größere Fehler informiert haben, und wir möchten Sie auch weiterhin bitten, uns Ihre Kommentare zu schicken!

Ferner haben wir jedes Kapitel um einen Abschnitt mit Literaturhinweisen ergänzt, die zum Weiterlesen anregen sollen. Natürlich handelt es sich nicht um eine erschöpfende Bibliographie, was ja bei der Fülle der existierenden und rasant wachsenden Lehrbuchliteratur auch gar nicht möglich wäre.

Berlin und München, im April 2015

Oliver Deiser, Caroline Lasser
Elmar Vogt, Dirk Werner

Vorwort

Das Ziel des vorliegenden Buches ist, wichtige mathematische Begriffsbildungen, Methoden, Ideen und Resultate zu sammeln, anzuordnen und in je etwa zwei Seiten lesbar und informativ darzustellen. Die Darstellung ist informell und sorgt sich nicht – wie bei einer mathematischen Monographie – allzu sehr um systematische und hierarchische Aspekte, will aber die die Mathematik kennzeichnende Genauigkeit nicht preisgeben.

Die Leserinnen und Leser, die wir in erster Linie im Blick haben, sind Studierende der Mathematik, die neben den Vorlesungsskripten und den zugehörigen Lehrbüchern gerne einen Text zur Hand haben möchten, der zwischen Lexikon und Lehrbuch einzuordnen ist und Überblick, Hilfestellung und Orientierung bietet, einen Text, der sich zur Wiederholung zentraler Konzepte der mathematischen Grundvorlesungen ebenso eignet wie zur Gewinnung erster Einblicke in noch unbekannte Teilgebiete der Mathematik.

Was das Buch nicht kann und will, ist einen vollständigen Katalog der Schlüsselkonzepte der Mathematik zu geben. Die Auswahl der Begriffe ist subjektiv, und auch ihre Darstellung ist von unseren wissenschaftlichen Erfahrungen bestimmt, die keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit erheben. Auf der anderen Seite haben wir natürlich versucht, unsere Auswahl am Lernenden zu orientieren, der das gewaltige Wissensgebäude der modernen Mathematik betritt. Was ihm dort fast sicher begegnet, sollte reichlich vorhanden sein, zusammen mit einigen Ausblicken, die ihn auf etwas hinweisen, das ihn vielleicht einmal besonders fesseln und beschäftigen wird.

Das Buch ist in zwölf Kapitel unterteilt und jedes Kapitel in zwölf Unterkapitel, die wir in Querverweisen als Abschnitte bezeichnen. Diese Einteilung dient der Organisation und damit der Lesbarkeit des Buches. Sie soll keineswegs andeuten, dass die Mathematik in zwölf Disziplinen so zerfallen würde wie Gallien in drei Teile. Das Bedürfnis nach Ordnung und Symmetrie ist ein menschliches, und die Leserinnen und Leser sind explizit dazu aufgerufen, Linien nicht als Gräben zu verstehen und sie kritisch zu hinterfragen.

Das Kap. 1 beschäftigt sich mit der mathematischen Methode und den überall verwendeten sprachlichen Grundbegriffen der Mathematik. In Kap. 2 wird das Zahlsystem von den natürlichen Zahlen bis hin zu den p-adischen Zahlen behandelt. Die Zahlentheorie, also die Theorie der natürlichen Zahlen, bildet das Thema des 3. Kapitels. Kapitel 4 beschäftigt sich mit der diskreten Mathematik, wobei die Graphentheorie im Zentrum steht, die der diskreten Mathematik einen flexiblen sprachlichen Rahmen zur Verfügung stellt. Das 5. Kapitel behandelt grundlegende Konzepte der linearen Algebra im Umfeld von Vektoren, linearen Abbildungen und Matrizen. Im algebraischen 6. Kapitel reicht der Bogen von den algebraischen Grundstrukturen bis hin zu einem Ausblick auf die Galois-Theorie. Der Analysis sind die Kap. 7 und 8 gewidmet; sie zeichnen den langen Weg nach, der von Folgen, Grenzwerten und stetigen Funktionen zum Gaußschen Integralsatz und der Analysis für die komplexen Zahlen führt. Aspekte der Topologie und Geometrie werden in Kap. 9 betrachtet, und gerade hier wird der Auswahlcharakter der einzelnen Abschnitte augenfällig. Grundgedanken der Numerik – vor allem in Bezug auf die lineare Algebra – werden in Kap. 10 vorgestellt, und Kap. 11 wählt aus dem weiten Feld der Stochastik und Wahrscheinlichkeitstheorie einige Grundbegriffe und Ausblicke aus. Das abschließende 12. Kapitel widmet sich der mathematischen Logik, wobei hier Themen der Mengenlehre dominieren, die in der mathematischen Grundausbildung oft angesprochen, aber nicht im Detail ausgeführt werden. Jedes der zwölf Kapitel beginnt mit einem einführenden Vorspann, so dass wir uns an dieser Stelle mit diesem knappen Überblick begnügen können.

Besonders danken möchten wir Herrn Dr. Andreas Rüdinger vom Spektrum-Verlag, der das Projekt initiiert und von den ersten Ideen bis zur Fertigstellung kontinuierlich gestalterisch begleitet hat. Seine kritische Lektüre von Vorabversionen des Texts hat zu zahlreichen Verbesserungen geführt.

Berlin und München, im Oktober 2010

Oliver Deiser, Caroline Lasser
Elmar Vogt, Dirk Werner

Inhaltsverzeichnis